地 盤 と 建 設
Vol. 10 . No. 1 . 1992

地下水位の変動による地盤沈下挙動の有限要素解析[#1]
－実用的モデル化と解析例－

Finite Element Analysis of Land Subsidense due to Variation of Groundwater Lcevel
-Practical Modelling and Case Study-

清水正喜[#2] (SHIMIZU, Masayoshi)

わが国で起こっている地盤沈下の多くは，帯水層からの過剰な地下水採取に原因がある．このような原因で起こる地盤沈下による被害と災害を軽減防止するための対策を講じるために，地下水位低下による地盤沈下量を予測する手法を確立することが重要である．地下水位変動の非定常性，粘土層の土性の不均一性，土の応力ひずみ関係の非線形性のため理論解の適用が困難であり，有限要素法などの数値解析を行う必要がある．本研究では，地下水位変動による地盤沈下問題における有限要素解析の適用性を実例を通して論じている．

１次元圧密問題に対する有限要素解析のための定式化の方法を詳述した．場の方程式に重み付き残差法を適用し，Galerkin有限要素法によって離散化した．土の構成関係を標準圧密試験結果のみに基づいてモデル化した．構成関係を満足する初期応力と初期間隙比の設定の仕方についても一つの方法を示した．

鳥取平野の地盤沈下を解析した．同平野では地下水位が回復しつつあるのに沈下が生じている．本研究で用いた手法では，この現象を説明できなかったが，沈下量は実測値をほぼ説明できる．

キーワード：地盤沈下，圧密，地下水位，有限要素解析，重み付き残差法，構成関係，透水係数

１．序論

わが国で起こっている地盤沈下の多くは，帯水層からの地下水採取が原因である[2]．すなわち，地下水の過剰な採取によって帯水層の水位が減少し，帯水層に隣接する粘土層が圧密されて地盤表面が沈下する．

地盤沈下による様々な被害および付随する災害を軽減・防止するために対策を講じる必要がある．対策を立てる上で，地下水採取と地盤沈下の因果関係をまず調べなければならない．その上で，あるいはそのために，揚水による地下水位低下量を評価する一方，地下水位低下による沈下量を評価する必要がある．前者は水文学的手法で，後者は土質力学的手法で解析できる．本研究では，土質力学的な一解析手法の適用性を検討している．

上記解析を行うための数学的あるいは力学的解析手法は今日確立されていると考えられる．しかし，一般に，地盤沈下対策は（少なくとも過去の事例では）地盤沈下が顕在化してから講じられるので，上記解析に必要な資料，特に沈下が顕在化する以前の水位の観測結果や粘土層を構成する土の力学的試験結果は存在しないことが普通であろう．従って，解析に際して，帯水層水位や粘土層の力学的特性に関する仮定を設ける必要が生じる．このような事情のために，問題が複雑になる．

地下水位低下による地盤沈下は，地質や土質条件が同一であると見なせるような範囲の地域に対しては，１次元圧密現象として捉えることができる．しかし，

（１）粘土層境界の水圧が時間的に複雑に変動する
（２）圧密粘土層内の土性は均一でない
（３）粘土の応力－ひずみ関係が非線型である

ことから，解析解の得られている理論（例えば文献[3]）を直接適用して問題を解く（＝境界水圧の時間的変動が与えられたとき沈下量を計算する）ことは容易でない．これらの特性を考慮するためには，有限要素法などの数値解析を行う

[#1]本論文の一部（３章以降）は，著者が英語で発表した論文[1]と重複する部分がある．
[#2]鳥取大学工学部土木工学科助教授

必要がある．本研究の目的は，このような地下水位変動による地盤沈下現象に対する有限要素解析の有効性を，実際問題に適用した結果を通して，検討することである．

本論文では，まず，１次元圧密問題に対する有限要素解析のための定式化の手順を詳述する．圧密問題における有限要素定式化の手順はすでに一般的になっていて，多くの文献[4),5),6)]や教科書[7),8)]も著されているが，地下水位が変動する場合については詳細を知ることは必ずしも容易でない．

本研究では鳥取平野の地盤沈下を解析の対象とした．同平野では，1960年代半ばから顕著な地盤沈下が観測され始めた．水準点を増設し沈下の実態をより詳細に観測する，地下水位観測井を新たに設け帯水層の水位を観測する，などの対策が行われてきた．これらの観測結果と新たに行った土質試験結果を基に，有限要素法の適用に必要な，地盤材料の構成関係のモデル化，水位変動モデルの設定を行った．

構成関係は通常の地盤調査業務で行われる標準圧密試験の結果のみに基づいてモデル化した．そのモデルでは，応力・ひずみ関係と透水係数の有効応力依存性が考慮されている．また，モデル化した構成関係と矛盾しない初期応力と初期間隙比の設定の仕方についても論じる．

鳥取平野の地下水位は，観測結果によれば単調に低下しているわけでなく，季節変動を繰り返しながら、近年では，平均的には上昇さえしていることがわかった．そのため，沈下速度は小さくなりつつあるが，沈下はまだ進行している．このような問題に対する，本研究で用いた手法の有効性と限界について考察を加える．

２．有限要素解析のための定式化

２．１　概要

この章では，一次元圧密問題有限要素解析のための定式化の手順を示す．応力のつりあい式と間隙水の連続の式に重み付き残差法を適用し，Galarkin有限要素法によって離散化した定式化の主な手順を列挙する．

① 定式化に用いた支配方程式，構成式および関連する定義式を示す．
② 場の方程式の重み付き残差，およびその弱形式を求める．
③ 有限要素の概念を導入し，未知関数および重み関数を節点値によって離散化する．
④ 解くべき代数方程式を導く．

２．２　支配方程式

時刻 t_0において，場の方程式と境界条件を満足する解（応力，変位，間隙水圧）が与えられれているとき，時刻 $t_0+\Delta t$における解を求める問題を扱う．

定式化に際して考慮した関係式を（１）から（７）に示す．微小変形を仮定して，土の構成関係が非線型であるので，増分的な境界値問題として扱う．空間に固定した鉛直方向の座標軸を z軸とし，下方を正の向きとする．記号Δxは，時間 $t_0 \leqq t \leqq t_0+\Delta t$におけるある量 xの増分である．（２），（３），（７）式は，時刻 $t_0+\Delta t$における関係とする．添え字の'$_0$'は時刻 t_0における値を示す．応力とひずみは圧縮を表すときに正とする．本論文で用いた記号の意味を付録に示した．

（ａ）場の方程式

全応力のつり合い式（増分形）．

$$\frac{\partial \Delta\sigma}{\partial z} - \Delta\rho g = 0 \qquad (1)$$

間隙水の質量保存則（連続の式）．土粒子および間隙水の非圧縮性を仮定した．

$$\frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = 0 \qquad (2)$$

間隙水の運動方程式（Darcyの式）

$$v = -k\frac{\partial h}{\partial z} \qquad (3)$$

（ｂ）土の構成式

有効応力増分－ひずみ増分関係．体積圧縮係数m_vは有効応力の関数．

$$\Delta\sigma' = \frac{1}{m_v}\varepsilon \qquad (4)$$

（ｃ）定義式

有効応力増分．

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma' + \Delta p_w \qquad (5)$$

ひずみ増分．ひずみは微小ひずみとして定義．

$$\Delta\varepsilon = -\frac{\partial\Delta u}{\partial z} \qquad (6)$$

全水頭と位置水頭，間隙水圧の関係．

$$h = h_0 + \frac{p_w}{\rho_w g} \qquad (7)$$

ここに

$$h_0 = -(z-H)$$

Hは水頭の基準で，任意に設定できる定数．

２．３　重み付き残差

微分方程式の近似解法としての重み付き残差法を適用し，支配微分方程式を積分形式に変換する．場の方程式の重み付き残差を変位増分と間隙水圧増分で表す．

（ａ）応力のつりあい式

式（１）の，任意の領域$z_1 \leqq z \leqq z_2$における重み付き残差は，次式で与えられる．ここに，$w_u(z)$は重み関数であり，０でない任意の関数を選ぶことができる．但し，有界（積分可能）で微分可能な関数とする．

$$R_u = \int w_u(z)\left\{\frac{\partial\Delta\sigma}{\partial z} - \Delta\rho g\right\} \qquad (8)$$

積分は領域$z_1 \leqq z \leqq z_2$で行う．（８）式を部分積分し，その結果に（５），（４），（６）式を順に代入することによって，変位増分と間隙水圧増分で表された，次のいわゆる弱形式を得る．

$$R_u = -\{w_u(z_2)\Delta q_2 + w_u(z_1)\Delta q_1\} + \int\left\{\frac{dw_u(z)}{dz}\left(\frac{1}{m_v}\frac{\partial\Delta u}{\partial z} - \Delta p_w\right) - w(z)\Delta\rho g\right\}dz \qquad (9)$$

ここに，Δq_1，Δq_2は，それぞれ$z = z_1$，z_2における表面力増分である（図１参照）．すなわち

$$\Delta q_1 = \Delta\sigma(z_1;\ t_0 \leqq t \leqq t_0 + \Delta t)\ ;\quad \Delta q_2 = -\Delta\sigma(z_2;\ t_0 \leqq t \leqq t_0 + \Delta t) \qquad (10)$$

（ｂ）連続の式

式（２）の重み付き残差は，重み関数を$w_p(z)$として，次式で与えられる．

$$R_P = \int w_P(z) \left\{ \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right\} dz \qquad (11)$$

上式を部分積分し，（3），（7）式を順に考慮して，間隙水圧増分で表すと次式を得る．

$$R_P = -\{ w_P(z_2) f_2 + w_P(z_1) f_1 \}$$

$$-\int \left[\frac{\partial w_P(z)}{\partial z} \frac{k}{\rho_w g} \left\{ \rho_w g - \frac{\partial}{\partial z}(p_{w0} + \Delta p_w) \right\} + w_P(z) \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} \right] dz \qquad (12)$$

ここに，f_1，f_2は，それぞれ$z = z_1$，z_2における流束（単位時間，単位面積当たりの流入（出）量；フラックス）であり，

$$f_1 = v(z_1) \; ; \quad f_2 = -v(z_2) \qquad (13)$$

流束は流入する場合を正とした（図1参照）．また，ひずみ速度は，時間増分が十分微小であるとき次式で近似できるとした．

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}(t_0 + \Delta t) \simeq \frac{1}{\Delta t} \{ \varepsilon(t_0 + \Delta t) - \varepsilon(t_0) \} = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta t} \qquad (14)$$

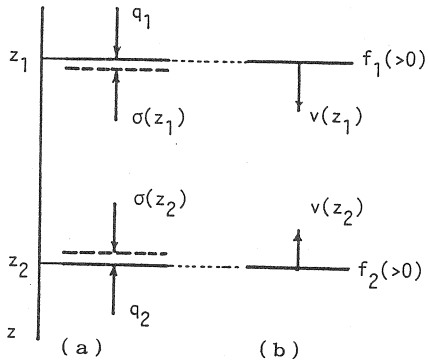

図1：表面荷重と流束の定義．（a）応力が圧縮として作用するときの荷重の向き．（b）流束が流入を表すときの間隙水の見かけの流速の向き

2．4　有限要素による離散化

有限要素の概念を導入する．領域全体の重み付き残差R_u，R_Pは要素の重み付き残差$R_u{}^e$，$R_P{}^e$の和で表せる．

$$R_u = \Sigma R_u{}^e \; ; \quad R_P = \Sigma R_P{}^e \qquad (15)$$

総和記号Σは全要素にわたる和を意味する．各要素（e）の重み付き残差は，式（9），（12）の積分範囲をその要素の領域に変えて得られる．表示を簡単にするためマトリックス記号を導入する．＜・＞は行ベクトルを，｛・｝は列ベクトルを，［・］は行列を表す．"T"は転置の意味で用いる．

（a）未知関数の離散化

未知関数，ΔuおよびΔp_wを節点値をパラメータとして有限要素近似する．

$$\Delta u^e = \langle N_U{}^e \rangle \{ \Delta \overline{U} \} \; ; \quad \Delta p_w{}^e = \langle N_P{}^e \rangle \{ \Delta \overline{P}_w \} \qquad (16)$$

$\langle N_U{}^e \rangle$，$\langle N_P{}^e \rangle$は節点近似に用いた内挿関数から構成されるベクトル，$\{\Delta \overline{U}\}$，$\{\Delta \overline{P}_w\}$は$\Delta u$，$\Delta p_w$の節点値から構成されるベクトル．内挿関数は変数$z$と節点の座標の関数であるが，微小変形を仮定しているので，節点の座標は変化しないと考え，従って，zのみの関数として扱う．表示を簡単にするため，いずれのベクトルも要素単位でなく全体系で表現している．領域全体での変位の自由度をn_u，間隙水圧の自由度をn_Pとすれば，$\langle N_U{}^e \rangle$，$\{\Delta \overline{U}\}$の

大きさ（成分の数）はn_uとなり，$<N_P^e>$，$\{\Delta\overline{P}_w\}$の大きさはn_Pとなる．式（１６）を考慮すると，結局,重み付き残差が，n_u+n_P個の離散化パラメータ$\{\Delta\overline{U}\}$，$\{\Delta\overline{P}_w\}$で表現できたことになる．

（ｂ）重み関数の離散化

重み関数$w_u(z)$，$w_P(z)$に対しても，各要素で，それぞれΔu，Δp_wと同じ内挿関数で表現する（Galarkin法）．この方法によって，重み関数の要素間連続性が保証され，かつ最終的な式の数が未知パラメータの数と同じになる．

$$w_u^e(z) = <N_U^e>\{\Delta\overline{W}_u\}\ ;\quad w_P^e(z) = <N_P^e>\{\Delta\overline{W}_P\} \tag{17}$$

式（１６）および式（１７）を考慮すると，領域全体の重み付き残差が次式で与えられる．

$$R_u = <\overline{W}_u>([K]\{\Delta\overline{U}\} - [L]\{\Delta\overline{P}_w\} - \{\Delta X\} - \{\Delta Q\}) \tag{18}$$

$$R_P = <\overline{W}_P>(\frac{1}{\Delta t}[L]^T\{\Delta\overline{U}\} + [A](\{\Delta\overline{P}_w\} + \{\overline{P}_{w0}\}) - \{F\} - \{C\}) \tag{19}$$

ここに

$$[K] = \Sigma\,[\int\frac{d}{dz}\{N_u^e\}\frac{1}{m_v}\frac{d}{dz}<N_u^e>dz] \tag{20}$$

$$[L] = \Sigma\,[\int\{N_u^e\}<N_P^e>dz] \tag{21}$$

$$[\Delta X] = \Sigma\,[g\Delta\rho^e\int\{N_u^e\}dz] \tag{22}$$

$$\{\Delta Q\} = \Sigma\,\{\Delta Q^e\} \tag{23}$$

$$\{F\} = \Sigma\,\{F\} \tag{24}$$

$$\{C\} = \Sigma\,[\int k\frac{d}{dz}<N_P>dz] \tag{25}$$

$\{\Delta Q^e\}$，$\{F^e\}$は，それぞれ要素（ｅ）の境界面上の荷重増分とフラックスから成るベクトル．式（２０）から（２５）において積分は要素領域で行う．透水係数及び密度変化は要素内で一定とした．

重み付き残差法では，重み付き残差が任意の重み関数に対して０にならなければならない．重み関数の任意性は，今の場合，パラメータ$\{\overline{W}_u\}$，$\{\overline{W}_P\}$が任意であるという問題に置き換えられる．実際，

$$R_u=0\quad\forall\overline{W}_{ui}\ (i=1,\ n_u)\ ;\quad R_P=0\quad\forall\overline{W}_{Pi}\ (i=1,\ n_P) \tag{26}$$

の条件を課すと，

$$\begin{bmatrix}[K] & -[L]\\ \frac{1}{\Delta t}[L]^T & [A]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{\Delta\overline{U}\}\\ \{\Delta\overline{P}_w\}\end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix}\{\Delta Q\}+\{\Delta X\}\\ -[A]\{\overline{P}_{w0}\}+\{F\}+\{C\}\end{Bmatrix} \tag{27}$$

n_u+n_P個の変数に関するn_u+n_P個の離散化された式が求められた．

2．5　境界条件

前節までの定式化の過程では境界条件を一切考慮していない．後に示す解析例では，粘土層上端面の上載荷重が一定で，粘土層下部に接する帯水層の水圧が時間的に変動するときの粘土層上端面の変位を求める．この場合の境界条件を記す．

$$z=z_1 \text{において}\quad \Delta q_1=0;\quad \Delta p_w=0$$
$$z=z_2 \text{において}\quad \Delta u=0;\quad \Delta p_w=\overline{\Delta p_w} \qquad (28)$$

'='の付いた量は，予め与える量である．これらの境界条件はすべて計算の過程で考慮できる．すなわち，$\{\Delta Q\}$，$\{\Delta \overline{U}\}$，$\{\Delta \overline{P}_w\}$ の対応する成分（境界上の節点に対応する成分）にそれぞれの値を代入すればよい．

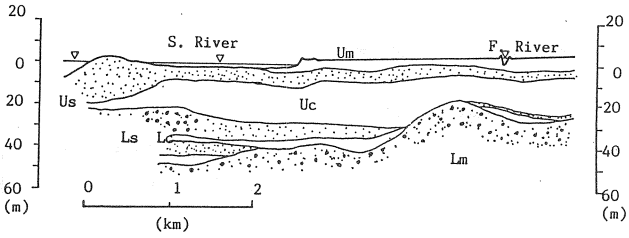

図２：鳥取平野の代表的地盤断面．（図３のＡ－Ａ'に沿う断面）

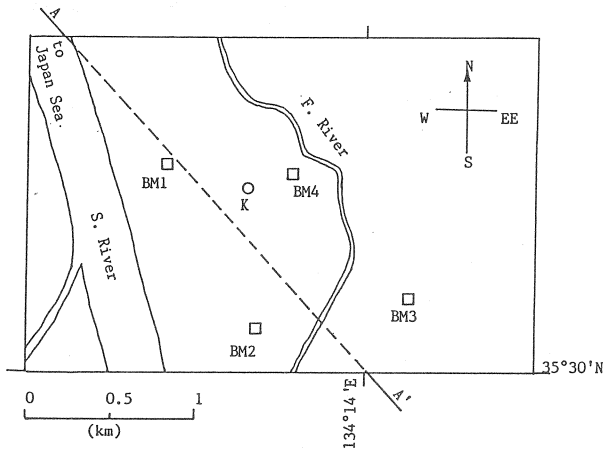

図３：解析対象地域の平面図．ＢＭ１～４は水準点を，Ｋは地下水位観測井設置地点を示す．

3．鳥取平野の地盤沈下および地下水位変動

3．1　地域および地盤構成

鳥取平野の地盤は，図２に示すように，４または５層からなっている．地盤表面から順に，砂，シルト，および粘土からなる表層（U_m層と呼ぶ）；上部砂礫層（U_s）；層厚10m以上の軟弱な粘土層（U_c層）；下部砂層（L_s層）；および下部粘土またはシルト層（L_c層）である．L_c層は洪積層と考えられているが，場所によっては存在しない．

解析の対象とした地域は旧鳥取市街地の西北部である（図３参照）．この地域には，地盤沈下観測のための水準点（ＢＭ１～４）と，L_s 層及びU_s層の地下水位の観測井（Ｋ地点）が，比較的近接して設置されている．Ｋ地点における土質柱状図を図４に示す．同図には，U_c層を構成する土のタイプ分け（タイプⅠ～Ⅴ）および解析に使用した有限要素も示した．タイプ分けはU_c層から採取された乱さない粘土試料に対して標準圧密試験を行い，その結果から決定した（表１参照）．

3．2　地盤沈下の概況

図５に，水準点ＢＭ１～４の沈下量の時間的変化を示す．この図から

（１）沈下量は水準点によって違いがあるが，大きいところ（ＢＭ４）で観測開始から15年間で約30cmである．

（２）沈下速度は徐々に減少しているが，沈下は完全には止まっていない．

（３）もっとも古くから設置されている水準点ＢＭ２の記録から，この地域の地盤沈下は1960年代半ばから顕著になった，と推察できる．

後に示す解析においては，上記（３）を考慮して，1964年1月を初期状態に設定

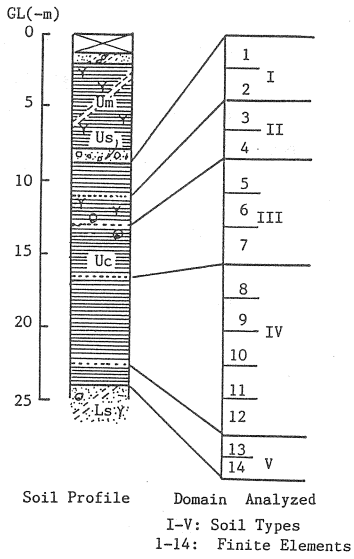

図４：土質柱状図（図３のＫ地点）

している．沈下に寄与する，主たる圧縮層を同定するために，層別沈下観測が行われた．図６に結果を示す．主たる圧縮層はU_c層であることがわかる．U_m層でもわずかに圧縮がみられるが，L_c層では圧縮が起こっていないことがわかる．後の解析においては，U_c層のみが圧縮すると仮定している．

３．３　地下水位の変動

1978年4月からＫ地点（図３）においてU_s層およびL_s層の地下水位が観測されている．L_s層の月平均水位の変動を図７に示す．月平均水位は，季節的変動を伴いながら，平均的には観測以来徐々に上昇していることがわかる．毎年，冬と夏にもっとも低くなり，約50cmの振幅で変動している．後の解析では，この変動特性を考慮して，観測が行われていない期間の水位変動を推定して水位変動モデルとしている．

U_s層の水位は，図には示していないが，観測開始からほとんど変動していない．また，観測期間では，水位は地表面以下（－1.30m）であるが，古い時代には被圧状態で自噴したといわれている．解析に際して，被圧の事実は考慮せず，現状の水位が解析開始からずっと続いていると仮定している．

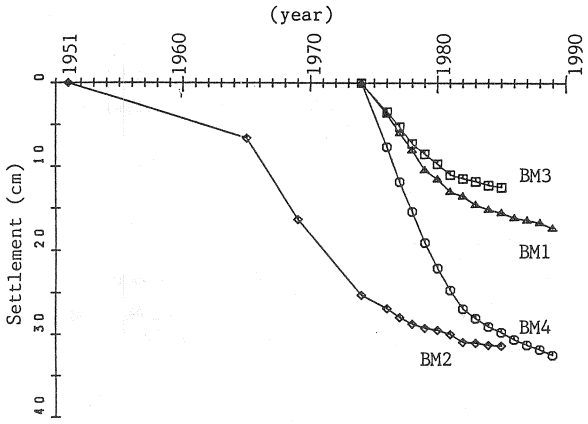

図５：水準点の沈下量の時間的変化

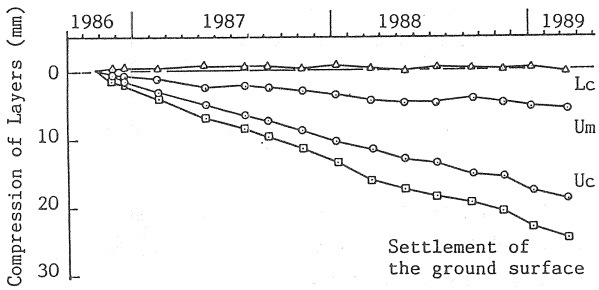

図６：層別沈下観測の結果

４．解析方法

４．１　有限要素解析の方法

有限要素解析には，２．で導いた基礎式を用いた．

（ａ）有限要素

層の圧縮はU_c層のみで生じると仮定して，U_c層を構成する土のタイプを考慮して１４要素に分割した（図４参照）．各要素厚さは約1mである．

変位増分に対して２次の，間隙水圧増分に対して１次の内挿関数を用いた．剛性方程式の係数（式（２０）～（２５））の積分は，座標（変数）変換によって積分領域を正規化して実行した．実空間座標（ｚ）から正規化された座標への変換には１次関数を用いたので，変位に関してサブパラメトリック，間隙水圧に関してアイソパラメトリックである．被積分関数が３次以上の積分は２点数値積分によって行った．

（ｂ）境界条件

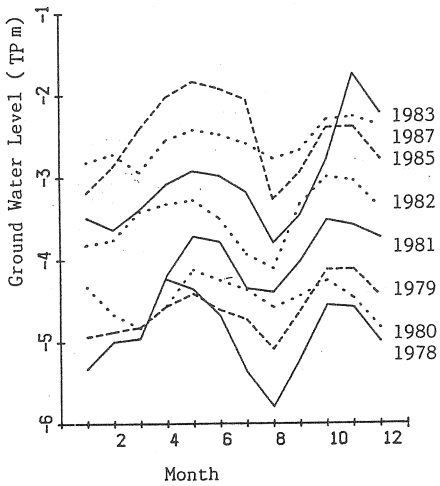

図７：L_s層水位の時間的変化（月平均水位）

境界条件の設定に関して設けた仮定を列挙する．①U_c層のみが圧縮すると仮定したので，U_c層下端は変位しない．②U_c層上面にかかる上載荷重は一定である．③ U_s層の水位は一定（水位観測の結果から地表面下1.30mに設定）．これらの仮定から，境界条件は式（２８）で示したようになる．U_c層下端面の間隙水圧変化Δp_wはL_s層の地下水位の変動を表わすものであり，変動のモデル化の方法は後述する．

４．２　構成式

（ａ）応力ひずみ関係

有効応力σ'とひずみεの増分関係を体積圧縮係数m_vによって表した（式（４）参照）．U_c層から採取した粘土試料の標準圧密試験の結果を図８に示す．$e-\log p$関係の顕著な直線性が見られる．これより，$e-\log\sigma'$関係が直線であると仮定した．すなわち，正規圧密状態に対して

$$e = e_0 - \lambda \ln\left(\frac{\sigma'}{\sigma'_0}\right) \qquad (29.1)$$

ここに，λは$e-\ln\sigma'$関係の傾き（圧縮指数），e_0，σ'_0は位置を規定するパラメータで，処女圧縮曲線上の任意の点から定めることができる．過圧密状態に対して，

$$e = e_c - \kappa \ln\left(\frac{\sigma'}{\sigma'_c}\right), \quad ここに, \quad e_c = e_0 - \lambda \ln\left(\frac{\sigma'_c}{\sigma'_0}\right) \qquad (29.2)$$

ここに，κは過圧密状態における圧縮（膨潤）指数である．σ'_cは過去に受けた最大の有効応力（先行最大有効応力）で，応力履歴を表し，応力状態の変化にともなって変化し得るものであって，圧密試験の結果から得られる圧密降伏応力（p_c）とは異なることに注意する．式（２９．１），（２９．２）より，体積圧縮係数m_vは式（３０）で評価できる．m_vはσ'およびeによって変化 する．

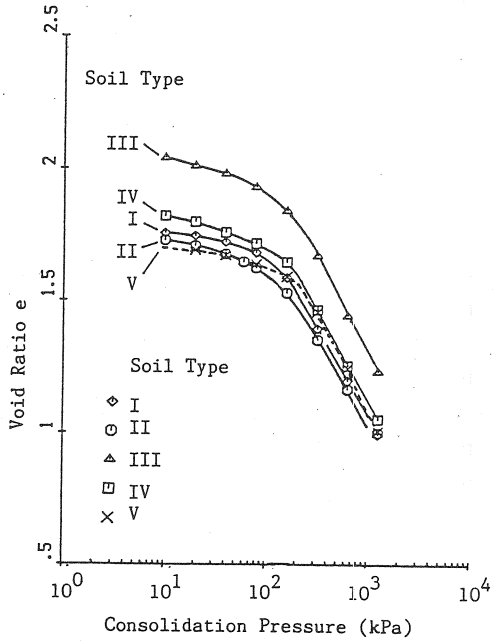

図８：$e-\log p$関係（標準圧密試験の結果）

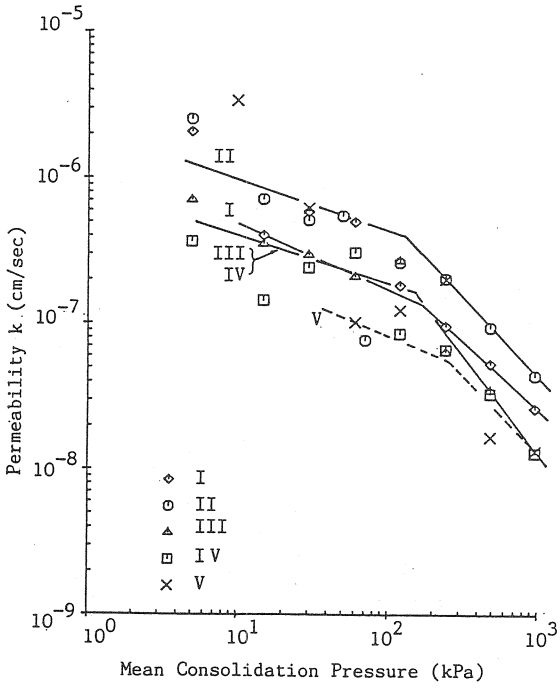

図９：$\log k-\log p$関係（標準圧密試験の結果）

$$m_v = \frac{\beta}{1+e}\frac{1}{\sigma'} \qquad (30)$$

ここに，βは正規圧密状態（$\sigma' \geqq \sigma_c'$）で$\beta=\lambda$，過圧密状態（$\sigma' < \sigma_c'$）で$\beta=\kappa$.

（ｂ）透水係数

標準圧密試験結果から求めたc_v'とm_vから，透水係数kを評価した．図９に，$\log k$と$\log p$の関係を示す．試料によっては（特に過圧密領域で）ばらつきが大きいが，正規・過圧密の各々の領域で直線的になっていることがわかる．これより，$\log k$と$\log\sigma'$の双一次関係を仮定した．式で表すと次の様になる．

正規圧密状態に対して

$$k = k_0 \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_0}\right)^{\xi_{NC}} \qquad (31.1)$$

過圧密状態に対して

$$k = k_c \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_c}\right)^{\xi_{OC}} \quad ここに，\ k_c = k_0 \left(\frac{\sigma'_c}{\sigma'_0}\right)^{\xi_{NC}} \qquad (31.2)$$

ξ_{NC}，σ'_0およびk_0は，正規圧密状態での$\log k - \log\sigma'$関係を規定するもので，図９の結果から決定した．ξ_{OC}は過圧密状態での$\log k - \log p$関係の傾きであり，やはり図９から決定した．σ'_cは，前述したように，有効応力履歴を表し，一定値ではない．k_cはσ'_cと共に変化する．

各タイプの試料の，解析に用いた構成パラメータの値を表１に示す．

表１：Ｕｃ層の乱さない試料の力学的性質

Soil Type	I	II	III	IV	V
Depth*1 (GL-m)	10.0	12.8	16.8	20.8	22.0
Density ρ (Mg m^{-3})	1.615	1.606	1.523	1.563	1.605
Initial void ratio e_0*2	1.764	1.809	2.090	1.868	1.713
Compression index C_c	0.65	0.60	0.74	0.69	0.77
Recompression index C_r	0.087	0.104	0.075	0.113	0.115
Permeability constants					
ξ_{NC}	1.05	1.075	1.425	1.425	1.075
ξ_{OC}	0.35	0.325	0.325	0.325	0.55
σ'_0 (MPa)	0.48	0.48	0.48	0.48	0.96
k_0 (x10^{-4} m day^{-1})	0.458	8.11	3.02	3.02	1.16

Note: *1 The depth from which undisturbed samples were taken.
*2 The value of void ratio that samples possessed before tests.

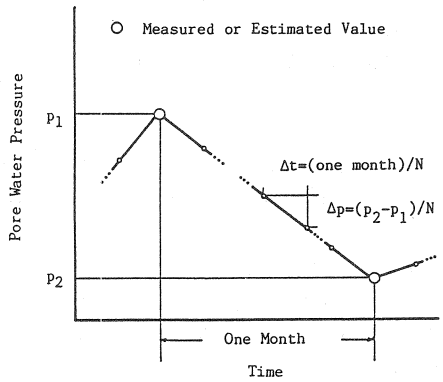

図１０：Ｕc層下端での間隙水圧増分の与え方

４．３　地下水位変動モデル

観測データのない期間（1964年1月から1978年3月まで）のＬs層の水位変化を推定するために，次の仮定を設けた．

（１）地盤沈下が進行する以前は，Ｌs層の水位がＵs層の現在の水位と同じレベルにあった．

（２）地盤沈下は1964年から急に進行し始めた．

（３）Ｌs層の月平均水位は周期６カ月，振幅64.5cmの三角関数的変動を伴いながら最初の観測水位（1978年4月）まで直線的に低下した．

上記（３）の振幅は，観測期間中の各年における，月平均水位の最大値と最小値の差を求め，その平均値から決定した．これらの仮定に基づいて推定した水位変化を図１２（ｂ）に示している．

有限要素解析における，時間増分と領域下端の間隙水圧増分は次のようにして与えた（図１０参照）．観測あるいは推定された月平均水位が，毎月１日の水位であるとして，１カ月間の変化を直線と仮定した．１カ月をN等分して時間増分を決め，対応する水圧増分を領域下端で与えた．なお，$N=100$の場合を以下に示すが，$N=1000$の結果とほとんど同じであった．

4．4　初期状態の設定

本研究の解析では，初期状態 $t=0$ における有効応力と間隙水圧が既知でなければならない．初期状態の設定の仕方について述べる．

U_c層内間隙水圧は $t=0$ において，静水圧分布をしていると仮定した．

U_c層は正規圧密状態にあると仮定した．

m_vや k が有効応力の関数であるので，初期の有効応力と間隙比の関係も構成関係を満足していなければならない．通常の方法[#1]で求められる初期有効応力と乱さない試料の間隙比は仮定した構成関係（$e-\log\sigma'$関係）を満足しないのが普通である．本研究では，以下の繰り返し計算を行って，構成関係を満足する初期間隙比と初期有効応力を求めた．

①間隙比の初期値 $e_{(0)}$ から，通常の方法で有効応力 $\sigma'_{(1)}$ を求める

②$\sigma'_{(1)}$ から式（２９．１）によって間隙比 $e_{(1)}$ を計算する．

③ $e_{(0)}$ と $e_{(1)}$ を比べ，差が所定の値より大きいときは $e_{(1)}$ を $e_{(0)}$ として①に戻る．所定の値より小さいとき，$e_{(1)}$，$\sigma'_{(1)}$ を正解とする．

第１回目の反復計算において $e_{(0)}$ として乱さない試料の間隙比を与えた．図１１にこの方法で求めた初期間隙比と初期有効応力の関係を示す．反復繰り返し計算によって最初の設定値（小さい丸印）から正しい $e-\log\sigma'$ 関係上に収束していることがわかる．なお図中，１～１４は要素を，Ｉ～Ｖは土のタイプを表す．

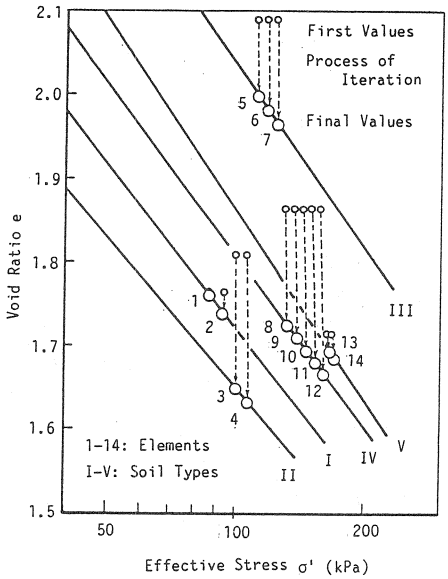

図１１：初期間隙比－初期有効応力の関係．

5．解析結果と考察

計算によって求めためた沈下量と時間の関係を図１２（ａ）に示す．作用させたL_s層の水圧 変動を同図（ｂ）に示す．沈下量の変動は，概ね地下水位の変動と対応しているが，地下水位が低下から上昇に転じてからも約２年間，わずかではある，沈下が進行している．しかし，引き続く水位回復と共に計算による沈下は止まり上昇に転じている．

水準点の沈下の実測値（図５）と比較すると，計算沈下量は４つの水準点の沈下量の平均的な値を与えている．しかし，1985年以降も年間1cm程度

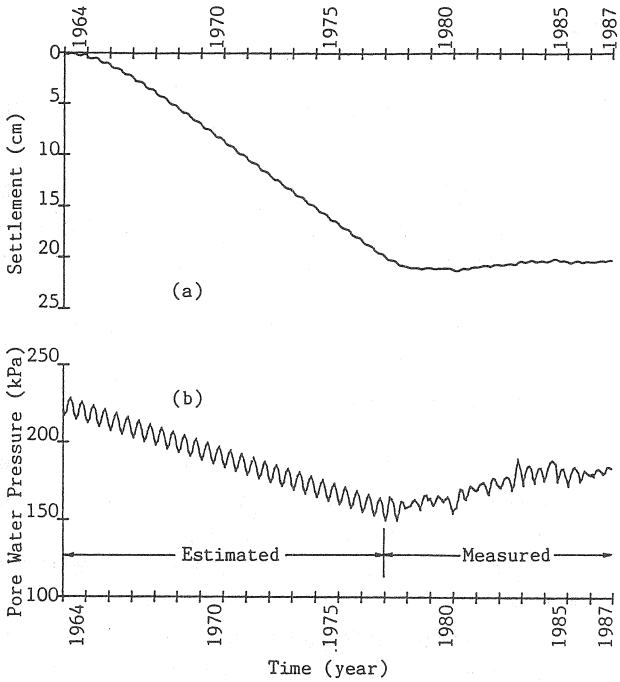

図１２：（ａ）計算沈下量と時間の関係；
（ｂ）作用させたL_s層の水圧の変動

[#1]通常の方法とは，乱さない試料の間隙比と土粒子密度の測定値からまず湿潤密度を求め，湿潤密度の分布から初期全応力を，全応力から間隙水圧を引くことによって初期有効応力を求めるものである．

図１３に，計算によって得られた，有効応力の深さ方向の分布を示す．計算開始時（1964年1月），地下水位が最も低いとき（1978年2月）および計算を終了したとき（1988年1月）とで比較している．1978年以降，地盤が過圧密状態にあることがわかる．

図１４に間隙水圧の分布を示す．間隙水圧が計算開始時の大きさまで回復していないこと，間隙水圧の勾配が領域下端ほど大きいことがわかる．このことから，L_s層水位の上昇傾向が今後止まって，たとえ低下しなくても，沈下が進行する可能性のあることを表している．

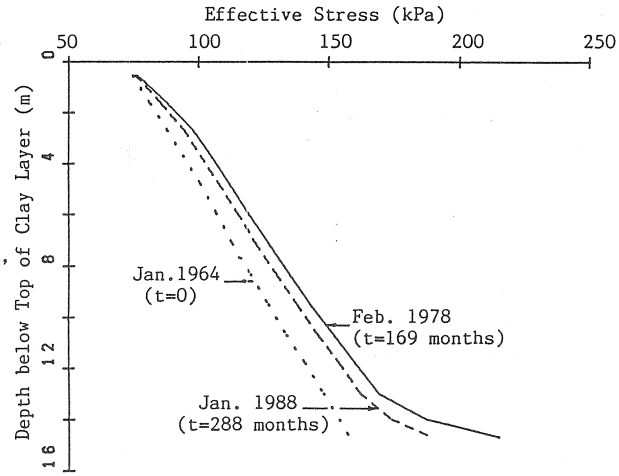

図１３：有効応力の分布（計算結果）

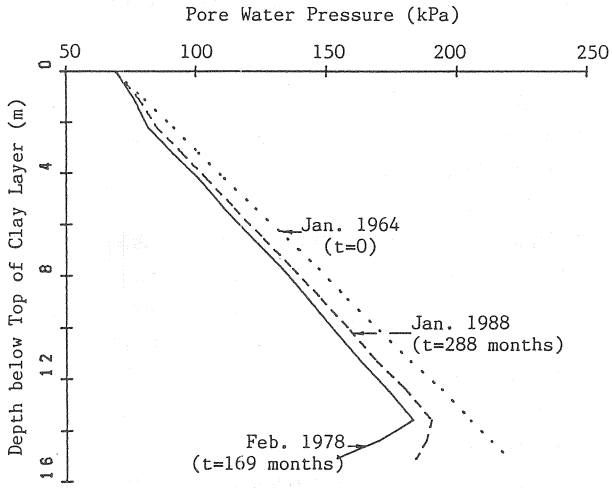

図１４：間隙水圧の分布（計算結果）

６．結論

地下水位の変動による地盤沈下現象を有限要素法によって解析する方法を述べ，鳥取平野の地盤沈下に適用した結果を示した．適用した方法の特徴は，応力－ひずみ関係および透水係数－有効応力関係の非線形性を標準圧密試験の結果のみに基づいて評価していることと，用いた構成関係と矛盾しない初期間隙比と有効応力を設定していることである．

解析結果は実測の沈下挙動を完全には再現することが出来なかったが，用いた水圧変動モデルや構成モデルによる限界であろう．すなわち，

（ａ）観測期間以前のL_s層の地下水位の変動を推定した．

（ｂ）土の応力ひずみ関係の時間依存性を考慮しなかった．

（ｃ）解析には，U_m層の沈下を考えなかった．

（ｄ）U_s層に掘った井戸では，自噴することがあった，という事実を考慮しなかった．

上記（ａ）と（ｄ）は，記録が存在しないために止むを得ず設けた仮定である．（ｂ）と（ｃ）は，問題を簡単にするための仮定であり，改良の余地は残されている．特に，水位が回復傾向にあってもなお地盤沈下が起こっているという事実は，時間依存性構成関係を採用しなければ解決しない問題であろう．

本研究の一つの目的は，通常の業務で行われている試験結果のみに基づいて，どこまで沈下量を再現できるか検討することにあった．結果として，水位低下と地盤沈下の因果関係の定量的評価が，かなり可能であることがわかった．

最後に，有限要素法は，境界水圧条件が時間的に複雑に変動する現象が容易に扱える，盛土等による沈下解析に際しても，地盤条件や載荷条件をより現実に近い形で取り入れることが出来るなど，実用的にも有用であると思われる．

なお，本研究で扱った問題では，パーソナルコンピュータ（３２ビット）で，約４時間で解析でき，この解析法がもっと日常的に利用されるべきであると考えている．

付録　記号説明

σ：全応力（zとtの関数）

σ'：有効応力（zとtの関数）

ρ：土の湿潤密度（tの関数，要素内で一定）

ε：ひずみ（微小ひずみの定義に従う；zとtの関数））

e：間隙比（σ'と有効応力履歴の関数）

f_1，f_2：$z=z_1$，z_2における流束（単位面積・単位時間当たり流入量）

h：全水頭

h_e：位置水頭

k：透水係数（σ'の関数）

m_v：体積圧縮係数（σ'の関数）

p：圧密試験における圧密圧力

p_w：間隙水圧

q_1，q_2：$z=z_1$，z_2における表面荷重（単位面積当たり）

u：変位（zとtの関数）

$W_u(z)$：応力のつりあい式残差の重み関数

$W_p(z)$：連続の式の残差の重み関数

H：水頭の基準（任意に設定できる定数）

謝辞

鳥取市地盤沈下評議会（委員長野田英明鳥取大学教授）および建設省鳥取工事事務所の資料を参考にさせていただいた．謝意を表する．また，本研究の一部は，鳥取大学卒業生都宮和久氏（現㈱ウエスコ），高島康雄氏（現㈱森本組）の卒業研究として行われた．記して，両氏に謝意を表する．

参考文献

1) Shimizu, M. (1991): Finite element analysis of a land subsidence due to the variation of groundwater level, Proc. of 4th Int. Symp. on the Land Subsidence, Int. Assoc. for Hydrological Sciences, Publication No.200, pp.645-654

2) 地盤沈下防止対策研究会・環境庁水質保全局企画課監修(1990):地盤沈下とその対策,白亜書房,p.319

3) Schiffman, R.L.(1958): Consolidation of soil under time-dependent loading and variable permeability, Proc. Highway Research Board, Vol.37, p.584

4) Sandhu,R.S. and Wilson, E.L.(1969): Finite-element analysis of seepage in elastic media, Proc. ASCE, Vol. 95, EM3, pp.641-652

5) Cristian, J.T. and Boehmer, J.W. (1970): Plane strain consolidation by finite elements, Proc. ASCE, Vol. 96, SM4, pp.1435-1457

6) 赤井浩一・田村武(1978):弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析,土木学会論文報告集,269,pp.95-104

7) 土質工学会(1989):有限要素法による数値解析入門,5.地盤の圧密解析,土と基礎,37-1,pp.81-87,同37-2,pp.95 -102

8) Britto,A.M. and Gunn, M.J.(1987): Critical State Soil Mechanics via Finite Elements, Ellis Horwood Ltd., p.488