

二次圧密を考慮した沈下予測法の精度と適用範囲

ACCURACY AND APPLICATION RANGE OF SETTLEMENT
PREDICTION METHOD CONSIDERING SECONDARY CONSOLIDATION

脇田英治* (Eiji WAKITA)

松尾 稔** (Minoru MATHUO)

著者は現場観測データを用いて予測を行なう、二次圧密を考慮した沈下予測法(本文中では、「提案法1」³⁾、「提案法2」⁴⁾と呼ぶ)を過去に2つ提案している。しかし、その2つの予測法の精度の相互比較とそれぞれの適用範囲については示されていない。本論文ではそれらを明らかにする。

キーワード：圧密、沈下、予測、軟弱地盤、二次圧密、盛土 (IGC:E-2)

1. まえがき

過去に提案された二次圧密を考慮した沈下予測法の主なものとしては、施工前に室内試験結果を用いて行なう予測法として、安原・安川¹⁾の方法、施工中に観測データを用いて行なう予測法として、星谷・斉藤²⁾の方法などがある。しかし、前者に代表されるような室内試験結果に基づく予測法は施工前予測法であるがゆえに、現実の挙動に比べ単純なモデル化、パラメータの設定の困難さの問題があり、高い沈下予測精度は期待できないと思われる。また、後者(二次圧密を考慮した観測法)については文献4)で指摘・実証しているが、二次圧密のメカニズムのモデル化に問題があると考えられる。また、従来、観測データにどの時期からどの程度の割合で二次圧密成分が含まれ、推移しており、今後、どのような推移するかを推定できるような予測法はほとんどなかったと考えられる。

それに対して、提案法は沈下観測データに含まれる二次圧密成分がどの時期に始まり、どのように推移しているかを定量的に推定する方法である。

2. 沈下予測法の概要

2.1 「提案法1」の概要³⁾

一次・二次圧密を考慮した沈下-時間関係式を次のように設定する。

$$S(t) = a - b \exp(ct) + d \log t \quad (1)$$

ここで、 t は観測開始からの時間であり、 a, b, c, d はパラメータである。

そこで、式(1)を沈下の観測データにあてはめ、最尤法によりそのパラメータを同定する。そして、その結果を用いて沈下予測を行う。

2.2 「提案法2」の概要⁴⁾

一次・二次圧密を考慮した沈下の状態方程式を次のように設定する。

$$\dot{x} = A x + B u \quad (2)$$

$$\eta = \frac{F'}{t} \quad (3)$$

$$y = C x + \eta \quad (4)$$

$$x = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_k]^T$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1k} \\ a_{21} & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & & & \\ a_{k1} & \dots & \dots & a_{kk} \end{bmatrix}$$

$$B = [b_{11} \ b_{22} \ \dots \ b_{k1}]^T$$

$$C = [1 \ 0 \ \dots \ 0]$$

ここで、 x は沈下の状態量(x の物理的な意味については式(5)のところで後述する)、 y は沈下の観測値、 u は盛土荷重である。また、 A, B, C は係数行列である。なお、記号の頭の「 $\cdot$ 」(ドット)は時間に関する一回微分を表す。式(4)の Cx の部分が一次圧密沈下成分、式(4)の η の部分が二次圧密沈下成分を表わしており、沈下量観測値はそれら両者の和で表わされている。また、式(3)の F' は定数である。式(2)を用いれば、一次圧密理論(三笠の式、Terzaghi 式)や Biot の圧密理論に従う圧密曲線を表現することができる⁵⁾。また、二次圧密沈下成分が時間の対数に比例することは、一般的に認められており、式(3)はそのことを表わす式である。つまり、式(2)～(4)は既往のほとんどの圧密理論を包括する式であり、極めて普遍性が高いと考えられる。しかも、境界条件やモデル化のための設定や事前の土質係数などの設定は必要とせず、施工中の観測データを用いるシステム同定により、モデルや係数の値が自然に決定されるので、現実の挙動を推定する上での信頼度は極めて高いと考えられる。

式(2)～(4)を離散化し、次数 $k=2$ の場合について、沈下状態方程式を表わすと次のようになる(次数とは式(2)～(4)における係数行列の行数 k のこと)。

* 清水建設(株)大崎研究室 主任研究員、

** 名古屋大学 地圏環境工学専攻 教授

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & 1 & 0 \\ a_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}_{j-1} + \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \frac{F}{\Delta} \end{bmatrix} [u]_{j-1} \quad (5)$$

$$Y(j) = C X(j) \quad (6)$$

$$C = [1 \ 0 \ 1]$$

ここで、 F は係数、 Δ は解析上の観測ビッチ、 t_0 は観測データを盛土開始時点から扱う場合は0であるが、ある任意の時間から計算を開始する場合に設定する必要がある値である。また、 $X_1 \sim X_3$ は沈下の状態量であり、任意の時間ステップにおけるこれらの値はその時点より以前の沈下量観測値と荷重値の線形結合和として表わすことができる(これらの式は文献5)参照)。式(5)、(6)の沈下状態方程式のパラメータは施工中の沈下の観測データを用いて適応観測器⁹⁾により同定することができる。そして、同定したパラメータを用いて、施工中の現場においてその後の沈下予測を行うことができる。また、式(5)は離散系沈下状態方程式であり、式(2)は連続系沈下状態方程式であるが、それらのパラメータの変換は容易に行うことができる(方法は文献3)参照)。なお、以下では、説明を簡略にするために、沈下状態方程式の次数を $k=2$ と設定する。なお、 $k>2$ の場合においても同様である。

本解析法における二次圧密の定義とその扱い方は次のとおりである。すなわち、圧密沈下の観測データを支配するシステム(沈下挙動をする地盤)を沈下の全期間を通じて唯一として扱うのは無理であると思われる。むしろ、一次圧密沈下成分が支配的な時期と二次圧密沈下成分が支配的な時期の2つに分けて扱った方がシステム同定上は好ましいと考えられる。そこで、当初、一次圧密沈下成分が支配的な沈下挙動の観測データに対しては1つのシステム(一次圧密の沈下のみを考慮したシステム)としてシステム同定を行なう。やがて、時間の経過とともに、もはや1つのシステムと扱うには確率的に矛盾が無視しえない状態となった時、別のシステム(一次・二次圧密を考慮したシステム)に切り替えてシステム同定を行なうものである。このシステム切り替えのための判定のことを本解析法では「二次圧密発生の判定」と呼んでいる。したがって、本解析法における二次圧密とは見かけ上の二次圧密である。二次圧密が荷重当初から生じているかどうか、あるいは生じているとしても、初期の割合は実用上は無視できるものであるかなどについては諸論があり、結論が出ていないと思われる。もし、荷重当初から二次圧密が生じ、観測データの中にその成分が含まれているとすれば、本解析法ではその部分は最初のシステムにより扱われ、一次圧密と一緒に処理される。検出される二次圧密成分はシステムを切り替えた後の増加分ということになる。したがって、その場合には、厳密な物理的な意味での全二次圧密成分の定量的な推定が行なわれているとは言えない。しかし、いずれにしても実用的見地からは提案する解析法により二次圧密の定量的同定は可能と言えるし、沈下の予測上は支障とはなら

表-1 シミュレーションに用いたパラメータの設定値

	パラメータの設定値						荷重 u_2	
記号	a_{11}	a_{12}	a_{21}	a_{22}	b_{11}	b_{22}	$t = 0 \sim 105$ 日	$t = 105 \sim 600$ 日
値	0.1389	0.4937	-0.1546	-0.4706	3.754 $\times 10^3$	1.319 $\times 10^3$	0	10/ t/Δ

ないと考えられる。

なお、以上の記述の中で「二次圧密発生の判定」という用語を用いたが、これは次のようにして行うものである。すなわち、真に精度の高いシステム同定が採用されていれば、同定の結果による推定値と観測値の誤差分散はガウス分布の定常確率過程に従い、その誤差は時間の変化に対して無相関となる。ところが、時間の経過と共に二次圧密が生じだして顕著になってくると、それまでの観測データの同定で得られたパラメータを使い続けようとすると、推定値と観測値の誤差は時間とともにしだいに大きくなっていく。すなわち、時間に対して無相関でなくなる。このような相関の検定法としてダービン・ワトソン検定を用いることができる。本手法ではこの検定法を応用して二次圧密の発生の判定を確率的に行うものである(詳細は文献4)参照)。

3. 観測データを用いた2つの

予測法の精度比較(その1)

3.1 「疑似観測データ」

まず最初にシミュレーションにより作成した沈下に関する「疑似観測データ」を用いて、2つの沈下予測法の精度比較を行なう。ここで、あえて実際の観測データを用いず、シミュレーションによるのは、その方がすべての条件が既知なデータを作成できるからである。また、システム同定という点に関しては現実のデータと同じであり、真にシステム同定法がすぐれているならば、この場合においてもすぐれた同定性能を示すと考えられるからである。

式(5)、(6)の沈下状態方程式の具体例として、次式を用いてシミュレーションにより沈下データを発生させる。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & 0 \\ b_{22} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$y = C x \quad (8)$$

$$C = [1 \ 0 \ 1]$$

ここで、パラメータ a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} , b_{11} , b_{22} の設定値を表-1に示す。なお、表-1のパラメータの値は文献5)より引用したもので、実際の現場の沈下観測データを用いたシステム同定により得られたものである。以下の計算条件も同現場の条件を参考に設定する。

計算条件

- 1) 盛土荷重は高さ4.2mの盛土を想定し、 $u_1 = 4.2$ とする。
- 2) 二次圧密の発生時刻を $t = 105$ 日目とし、その時点

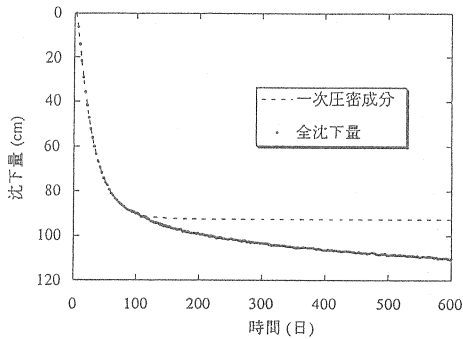


図-1 沈下量の「疑似観測データ」

より、時間の対数に比例する二次圧密沈下成分を発生させる。このような条件に従うように荷重 u_s を表-1のように与える。

- 3) 時間のステップを $\Delta = 3$ 日として、タイムステップ $j = 1$ から 200 まで計算する。(つまり、 $3 \times 200 = 600$ 日分計算)
- 4) 観測誤差の分散を $R = 0.03 \text{ cm}^2$ に設定し、正規乱数により観測誤差を与える。

図-1は以上の計算条件のもとで式(7)、(8)により発生した沈下量の「疑似観測データ」であり、点線はそのうちの一次圧密成分を表わしており、残りが二次圧密成分である。

施工中の現場において、 $t = 165$ 日目の時点でその後の沈下を予測する場合を想定する。全「疑似観測データ」は600日分あるが、そのうちの $t = 15 \sim 165$ 日のデータを用いて、 $t = 165 \sim 600$ 日の沈下予測を行う。ここで、沈下予測時点 $t = 165$ 日目としたのは次の理由からである。すなわち、二次圧密を考慮した予測をできるだけ早い時期に行えればよいが、 $t = 105$ 日目に二次圧密発生を設定しているの、その二ヶ月後の $t = 165$ 日目の予測精度を調べることにする。また、予測に利用するデータの範囲を15日以降としたのは、現実の施工では地盤改良やその他の影響により観測データが $t = 0$ 日の時点から得られるケースはむしろまれだからである。

3.2 全沈下量の予測精度

予測法として「提案法1」、「提案法2」の他に、従来法として、「浅岡法」⁶⁾、「双曲線法」⁷⁾も比較のために用いる。表-2は沈下予測に用いた各沈下予測法のモデル式と $t = 165$ 日時点におけるパラメータ同定結果である。なお、表-1と表-2のパラメータの値が著しく相違しているが、これは次の理由による。すなわち、表-1は連続系の沈下状態方程式(式(2)、(7))のパラメータの値である。それに対して、表-2はそれを離散化した離散系の沈下状態方程式(式(5))のパラメータの値である。それらを変換した結果の比較では表-1と表-2のパラメータの値はほぼ同程度となる。その結果が図-

表-2 パラメータ同定に用いたモデル式と同定結果

Case	モデル名	モデル式	同定結果
1	提案法1	$S = a - b \exp(ct) + d \log t$	$a = 43.20$ $b = 84.17$ $c = -4.42 \times 10^{-2}$ $d = 24.17$
2	浅岡法	$S_{j+1} = a S_j + b$	$a = 0.9026$ $b = 9.302$ ($\Delta t = 3 \text{ days}$)
3	双曲線法	$S = S_0 + \frac{t - t_0}{a + b(t - t_0)}$	$a = 0.3347$ $b = 0.01237$
4	提案法2	式(5)	$a_1 = 0.4235$ $a_2 = 0.4212$ $b_1 = b_2 = 1.709$ $F = 7.2$

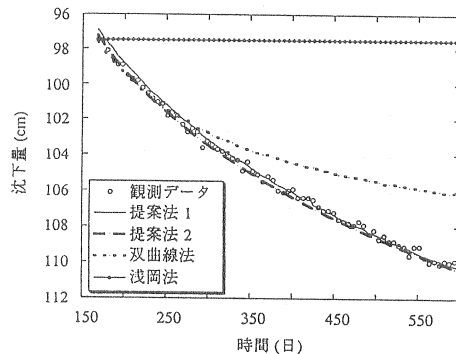


図-2 沈下予測結果の比較

2, 3の観測値と予測値の関係として現われている。また、本手法の特性として、式(5)の F の同定値は観測データに含まれる観測誤差も含んだかたちで推定されるので、時間ステップ毎にばらつく。そこで、表-2ではそれらの平均値を $\bar{F}$ として表示している。図-2は $t = 165$ 日時点における同定結果を用いて行なった沈下予測結果である。それによると、「提案法1」、「提案法2」共に予測精度の高い様子が観察される。

与条件の観測データは「提案法2」に基づく式(7)により発生させたものであり、その意味でこの節における各予測法の精度比較は「提案法2」がもともと他の予測法より有利である。したがって、従来法をここで比較に用いる必要がないという指摘があるが、これについては次のように考えられる。

式(2)はBiotの圧密理論をはじめとして既往のほとんどの圧密理論を包括する式であり、極めて普遍性が高いものである。また、二次圧密沈下成分が時間の対数に比例することは、一般的に認められており、式(3)はそのことを表現しただけのものである。そして、式(2)～(4)に基づくシステム同定法である「提案法2」では、境界条件やモデル化のための設定や仮定は必要とせず、

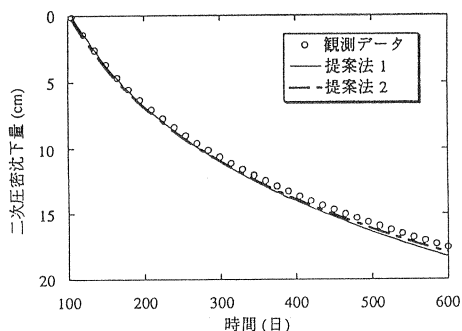


図-3 二次圧密沈下成分の同定結果

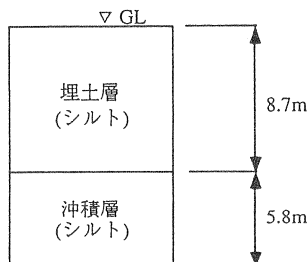


図-4 地層構成

表-3 室内土質試験結果

	単位	埋土層	沖積層
自然含水比	%	62.7	73.3
湿潤密度	kN/m ³	16.4	16.1
間隙比		1.60	1.65
一軸圧縮強さ	kN/m ²	37.8	57.7
体積圧縮係数	cm ² /kgf	1.35×10^{-1}	7.46×10^{-2}
圧密係数	cm ² /day	116	154

註) m_v , c_v は対数平均値、その他は平均値である。

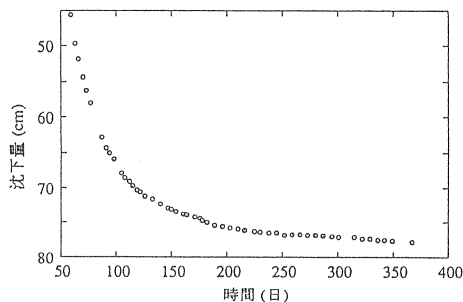


図-5 沈下観測結果 (盛土高一定期間のデータ)

施工中の観測データを用いるシステム同定により、モデルや係数の値が自然に決定されるという特徴がある。

ここでは、このような普遍性のあるモデルに、実際の現場の沈下観測データの同定結果を入力データとして与えて発生させた「疑似観測データ」を用いている。したがって、「提案法2」が有利だとしてもそれと異なるシステム同定法である「提案法1」でも精度の高い予測が実現されており、代表的な従来法である浅岡法、双曲線法でも高い精度予測が実現される可能性はあった。しかし、提案法の方が従来法よりも予測精度の高い結果となり、それにより提案法の有効性が実証された。

3.3 二次圧密沈下成分の推定精度

図-3は二次圧密沈下成分の推定値と与条件の値との比較を示している。「提案法2」により同定を行った結果、 $t = 105$ 日 ($j = 35$) で二次圧密発生が判定され、その後、二次圧密成分が検出された。図-3に示すように、「提案法2」による場合、与条件とはほぼ同じものが推定されており、二次圧密沈下の同定が精度よく行われている様子がわかる。

一方、「提案法1」はその式の性質上、二次圧密の開始時期とその絶対値の推定に用いることはできない。ただし、任意の時点を基準としてそこからの二次圧密沈下成分の増分の定量的推定には用いることができる。すなわち、式(1)の第3項の増分を二次圧密成分の増分と考

えるものである³⁾。図-3の「提案法1」のプロットは二次圧密開始時期については与条件として与えたものを利用して、「提案法1」によりそこからの二次圧密沈下成分の増分を予測したものである。その結果、「提案法1」でも予測精度の高い様子が観察される。

4. 観測データを用いた2つの予測法の精度比較 (その2)

4.1 現場観測例

次に、実際の現場観測例を用いて、「提案法1」、「提案法2」の予測精度を調べる。ここで取り扱う現場観測例の地盤条件および工事概要は次のとおりである。

本現場観測例は愛知県の臨海部埋立地の造成現場のものである。当地区の地盤は成層状態であり、地層構成および土質は図-4および表-3に示すとおりである。

当地盤は約25年前に埋立てされたものであり、埋立てによる圧密は終了しており、正規圧密状態の飽和粘性土地盤である。そして、そこへ約49,000m²の広さで高さ平均4.2mの盛土が施工された。なお、盛土に先立ってサンドマット(厚さ80cm)が敷かれ、その上から洪積層まで到達する袋詰めサンドドレーン(φ120, 口1.15m 正方形配置, $l = 14.5$ m)が施工された。盛土範囲の広さからみて、ほぼ一次元状態であると考えられる。

ここでの沈下予測法は一次元圧密理論に基づいているが、地盤改良された三次元的な地盤構造に対してそれら

表-4 パラメータ同定に用いたモデル式と同定結果

Case	モデル名	モデル式	同定結果
1	提案法 1	$S = a - b \exp(ct) + d \log t$	$a = 52.58$ $b = 193.8$ $c = -3.53 \times 10^{-2}$ $d = 9.889$
2	浅岡法	$S_{j+1} = a S_j + b$ ($\Delta t = 7 \text{ days}$)	$a = 0.8013$ $b = 14.86$
3	双曲線法	$S = S_o + \frac{t - t_o}{a + b(t - t_o)}$	$a = 0.8791$ $b = 0.02658$
4	提案法 2	式 (5)	$a_1 = 0.9599$ $a_2 = -0.0666$ $b_1 = b_2 = 0.9469$ $F = 3.2$

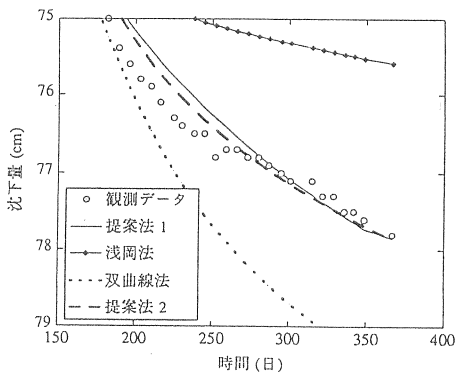


図-6 沈下予測結果の比較

が適用可能であるかどうかについて考察しておく。

パーチカルドレーン工法により改良された地盤の圧密沈下は厳密には排水が水平方向のみの脱水ではなく、鉛直方向にも放射方向にも起こるし、ドレーンの配置は三次元的であるので、厳密には三次元の問題として解析すべきである。しかし、実務設計においてはこのような問題に対して一次元圧密理論を適用して設計する場合が非常に多く、また、そのような設計法による結果と実測例との比較も数多く行われ、一次元圧密理論の適用性が検討されている^{8) 他}。パーチカルドレーン工法による改良地盤に一次元圧密理論を適用した場合と三次元圧密理論を適用した場合の主な相違点は沈下速度に関するものである。それに関して土質係数に補正を加えることができれば、一次元圧密理論を適用することも可能である。

しかし、ここでの沈下予測法は沈下量や沈下速度に関するパラメータはすべて未知数として観測データの同定により得られるので、三次元を考慮した補正は不要である。したがって、盛土が局部荷重される場合を除けば、提案法は一般的な圧密問題に広く適用可能であると考えられる。

盛土は約 300 日間同一の高さのままで放置され、その間沈下板等による計測がなされ、その後、上部 120 cm

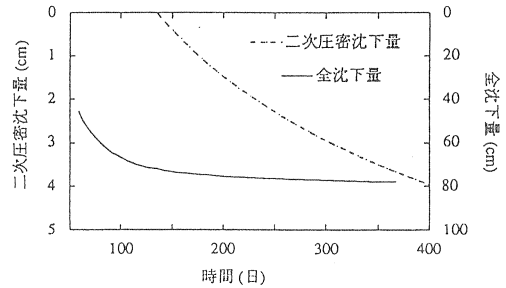
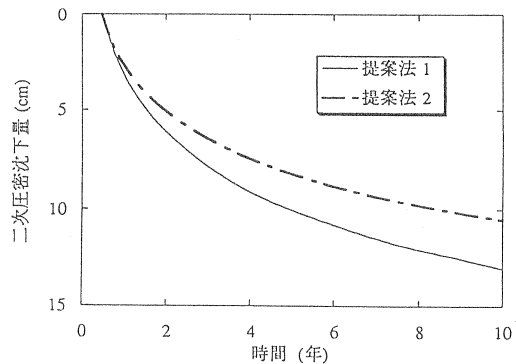


図-7 「提案法 2」による二次圧密沈下成分の同定結果

図-8 $t = 176$ 日時点における二次圧密の残留沈下量の予測

分(余盛り)が撤去された。図-5は沈下板により観測された沈下曲線(盛土前の地表面レベルの沈下測定結果)を表わしている。

4.2 全沈下量の予測精度

表-4は沈下予測に用いた各沈下予測法のモデル式と $t = 176$ 日時点におけるパラメータ同定結果である。図-6は $t = 176$ 日時点における同定結果を用いて行なった沈下予測結果である。それによると、「提案法 1」, 「提案法 2」共に予測精度の高い様子が観察される。

4.3 二次圧密沈下成分の推定精度

「提案法 2」により同定を行った結果、 $t = 135$ 日 ($j = 20$) で二次圧密発生が判定され、その後、二次圧密成分が検出された。図-7はその様子を示している。

一方、前述したように、「提案法 1」はその式の性質上、二次圧密の開始時期とその絶対値の推定に用いることはできない。ただし、任意の時点を経準としてそこから二次圧密沈下成分の増分の定量的推定には用いることができる。そこで、 $t = 176$ 日目を基準として、そこから 10 年間の二次圧密沈下量の増分を予測すると、図-8 のようになり、両手法共にほぼ同程度の二次圧密沈下量が予測されている。以上の結果を表にまとめると表-5 のようになる。

表-5 提案法の沈下予測精度と適用範囲

	項 目	提案法 1	提案法 2
1	一次・二次圧密沈下量合計の予測	精度良好	精度良好
2	二次圧密沈下成分の絶対値の定量的同定	予測不可	精度良好
3	二次圧密沈下成分の区間増分の予測	精度良好	精度良好

5. 結 論

本論文で得られた成果をまとめると、次のとおり。

- 1) 沈下予測精度の比較の結果、観測データに二次圧密沈下成分が含まれる場合、著者の提案する予測法である「提案法1」、「提案法2」の方が従来法である「浅岡法」や「双曲線法」より予測精度の高い結果となった。
- 2) 二次圧密沈下成分の絶対値の定量的同定に関して、「提案法1」は適用不可、「提案法2」は精度良好であると考えられる。ただし、対象とする時間の区間を限定した場合には「提案法1」、「提案法2」共に沈下予測精度の高いことなどが明らかとなった。

参考文献

- 1) 安原一哉, 安川郁夫 (1988): 単一荷重載荷圧密試験方法とその解釈と適用, 特殊圧密に関するシンポジウム発表論文集, 土質工学会, pp. 101 - 108.
- 2) 星谷勝, 斉藤悦郎 (1991): 建設技術者のためのデータ解析と応用, 鹿島出版会, p. 129.
- 3) 脇田英治 (1992): 二次圧密を考慮した沈下予測と予測精度推定法, 土木学会論文集, No. 457 / III - 21, pp. 97 - 105.
- 4) 脇田英治 (1993): 適応観測器による圧密沈下予測, 土木学会論文集, No. 481 / III - 25, pp. 45 - 55.
- 5) 脇田英治 (1992): 観測データによる圧密沈下予測と設計へのフィードバック法, 土木学会論文集, No. 457 / III - 21, pp. 117 - 126.
- 6) A. Asaoka (1978): Observational Procedure of Settlement Prediction, Soils and Foundations, Vol. 18, No.4, pp. 87 - 101.
- 7) 宮川勇 (1963): 軟弱地盤と盛土, 土と基礎の設計法 (その3), 土質工学会, pp.178 - 181.
- 8) 松尾稔, 塚田順治, 金谷嘉久, 庄野博文 (1984): 四日市 LNG 基地建設のための地盤改良試験工事, 土木学会誌, 1984 年 4 月号, pp. 9 - 15.