

有限変形・有限要素法による1次元圧密問題の動的解析

Dynamic Analysis of One-dimensional Consolidation Problems by Finite Deformation FEM

清水正喜 Masayoshi SHIMIZU (鳥取大学工学部)
木越健二 Kenji KIGOSHI (日本道路公団九州支社長崎工事事務所)

飽和土の1次元圧密問題を加速度を考慮した有限変形・有限要素解析によって数値解析した。支配方程式を一般的な形で厳密に定式化し、1次元変形問題に対して有限変形動的有限要素解析のための方法を詳述した。まず、要素数、計算時間間隔や載荷時間などの解析条件の影響を調べ、安定な解を得ることのできる条件を試行的に確立した。次に有限変形と微小変形、加速度を考慮した場合としない場合などの条件で解析した。解析結果に基づいて、微小変形の仮定を設けることの影響と加速度を考慮することの影響などについて考察した。結論として、微小変形の仮定は圧密沈下量と圧密時間を過大に評価すること、加速度を考慮してもその影響は極めて小さく、加速度を考慮しない従来の方法が許容されること等を示した。

キーワード：有限要素法、有限変形、圧密、加速度、動的解析

(IGC: E02, E07, E08)

1. 序論

飽和土の圧密は本質的に動的な現象であるが、三笠やTerzaghiの理論に代表されるような従来の圧密理論では土粒子や間隙水の加速度が考慮されていない。また、地盤の圧密は、通常、大変形を引き起こすにもかかわらず、例えばTerzaghiの圧密理論におけるように、微小変形の仮定の下で理論定式化されてきた。加速度を無視することや微小変形の仮定を設けることなどは解析解を得るための数学的な制約に負うところが大きい。解析解に基づけば確かに現象を理解しやすくなるが本質を見失う恐れもあると考えられる。

近年、地盤の地震時液状化現象を有効応力に基づいて解析することが実務的にも困難なことではなくなってきた¹⁾。この事実は圧密問題を動的な現象として取り扱うことが十分可能であることを示唆している。実際、Zienkiewicz & Shiomi²⁾は2次元圧密問題を動的問題として数値解析した。しかし、圧密問題を動的な現象として取り扱ったこれまでの研究は微小変形の仮定の下で行われてきた。

本研究の目的は、加速度を考慮し、かつ有限変形の立場で飽和土の圧密現象を数値的に解析することによって、圧密現象の理解をさらに深めることである。その目的のために、基本的な状況を想定して加速度を考慮した有限変形・有限要素解析を行った。即ち、標準的な1次元圧密試験においてある圧密圧力の下で平衡状態にある供試体に荷重増分を瞬時に載荷してその後一定に保った場合の圧密現象を解析した。

本論文では、有限変形・1次元圧密動的解析の方法と結果を示し、有限変形と加速度を考慮することの効果について考察する。まず、支配方程式を一般的な形で厳密に定式化し、1次元変形問題に対して有限変形動的有限要素解析のための方法を詳述する。数値解析に際して要素数、計算時間間隔や載荷時間などの解析条件の影響を調べ、安定な解を得ることのできる条件を試行的に確立した。それらの条件を考慮して有限変形と微小変形、加速度を考慮した場合としない場合などの条件で解析した。それらの解析結果を示し、微小変形の仮定を設けることの影響と加速度を考慮することの効果などについて考察する。結論として、微小変形の仮定は圧密沈下量と圧密時間を過大に評価すること、本研究で対象とした問題においては加速度を考慮してもその効果は極めて小さく、加速度を考慮しない従来の方法が許容されること等を示す。

2. 場の方程式の定式化

質量および運動量の平衡則に基づいて場の方程式を導く。直感的な理解を容易にするため一般的な3次元問題を想定してベクトル表記する。

2.1 質量平衡則と連続の式³⁾

任意の時刻 t において空間の領域 R_t を占める物質の質量平衡則は一般的に次式で表現できる。

$$\frac{d}{dt} M(R_t) = -Q(\partial R_t) \quad (2.1)$$

ここに、 ∂R_t は領域 R_t の境界、 $M(R_t)$ は R_t を占める物質

の全質量, $Q(\partial R_t)$ は ∂R_t を通って単位時間あたりに R_t から流出する物質の質量をそれぞれ表す.

本研究では固相 (土粒子) と液相 (間隙水) の間での相の変換は生じないと仮定する. 従って, 各相別に独立した質量平衡の式を立てる必要がある. 式(2.1)を固相と液相にそれぞれ適用して次式を得る:

- 土粒子の質量平衡則:

$$\frac{d}{dt} M_s(R_t) = -Q_s(\partial R_t) \quad (2.2)$$

- 間隙水粒子の質量平衡則:

$$\frac{d}{dt} M_w(R_t) = -Q_w(\partial R_t) \quad (2.3)$$

具体的に式を導くために領域 R_t を規定する必要がある. 飽和土の場合, R_t を土粒子または間隙水の物質領域と考えるか, または空間に固定した領域と考えるか, 三通りの考え方がある. いずれの方法によっても最終的に得られる式は当然ながら同じになる. ここでは土質力学の伝統的な方法に倣って R_t を土粒子の物質領域と考えて定式化する. なお, 領域 R_t が土粒子の物質領域であるとは, 時間 t とともに R_t が変化してもそこに含まれる土粒子は常に同じものであるように R_t を定義すると言う意味である. 式(2.2)と(2.3)の各項は

$$\frac{d}{dt} M_s(R_t) = \int_{R_t} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_s}{\partial t} + (\text{grad } \bar{\rho}_s) \cdot \mathbf{v}_s + \bar{\rho}_s \text{div } \mathbf{v}_s \right) dR_t \quad (2.4)$$

$$Q_s(\partial R_t) = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{dt} M_w(R_t) = \int_{R_t} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_w}{\partial t} + (\text{grad } \bar{\rho}_w) \cdot \mathbf{v}_w + \bar{\rho}_w \text{div } \mathbf{v}_w \right) dR_t \quad (2.6)$$

$$Q_w(\partial R_t) = \int_{\partial R_t} \left\{ \bar{\rho}_w (\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) \cdot \mathbf{n} \right\} d(\partial R_t) \quad (2.7)$$

領域 R_t および境界 ∂R_t が土粒子の速度 \mathbf{v}_s で空間を移動することを考慮した. さらにガウスの発散定理を用いた. ここに, \mathbf{n} は境界上の外向き単位法線ベクトルである. $\bar{\rho}_s$ と $\bar{\rho}_w$ はそれぞれ単位体積の飽和土に含まれる土粒子と間隙水の質量であり, 飽和土, 土粒子および間隙水の密度をそれぞれ ρ_t , ρ_s および ρ_w とすると,

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_w &= n \rho_w \\ \bar{\rho}_s &= (1-n) \rho_s \\ \rho_t &= \bar{\rho}_s + \bar{\rho}_w \end{aligned} \quad (2.8)$$

の関係がある. ただし n は間隙率である.

式(2.4)~式(2.7)を式(2.2)と式(2.3)に代入すると土粒子と間隙水の満たすべき質量平衡の式はそれぞれ,

- 土粒子の質量平衡則:

$$(2.9)$$

$$\int_{R_t} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_s}{\partial t} + (\text{grad } \bar{\rho}_s) \cdot \mathbf{v}_s + \bar{\rho}_s \text{div } \mathbf{v}_s \right) dR_t = 0$$

- 間隙水の質量平衡則:

$$\int_{R_t} \left(\frac{\partial \bar{\rho}_w}{\partial t} + (\text{grad } \bar{\rho}_w) \cdot \mathbf{v}_w + \bar{\rho}_w \text{div } \mathbf{v}_w \right) dR_t = 0 \quad (2.10)$$

となる.

式(2.9)と式(2.10)は任意の領域について成り立つので積分記号をはずして若干の式変形を行うと以下の連続の式を得る:

- 土粒子の連続の式:

$$(1-n) \left\{ \frac{\dot{\rho}_s}{\rho_s} + \text{div } \mathbf{v}_s \right\} + (1-n)^{(s)} = 0 \quad (2.11)$$

ここに

$$\dot{\rho}_s = \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + (\text{grad } \rho_s) \cdot \mathbf{v}_s \quad (2.12)$$

$$(1-n)^{(s)} = \frac{\partial n}{\partial t} + (\text{grad } n) \cdot \mathbf{v}_s \quad (2.13)$$

- 間隙水の連続の式:

$$n \left\{ \frac{\dot{\rho}_w}{\rho_w} + \text{div } \mathbf{v}_w \right\} + \dot{n}^{(w)} = 0 \quad (2.14)$$

ここに

$$\dot{\rho}_w = \frac{\partial \rho_w}{\partial t} + (\text{grad } \rho_w) \cdot \mathbf{v}_w \quad (2.15)$$

$$\dot{n}^{(w)} = \frac{\partial n}{\partial t} + (\text{grad } n) \cdot \mathbf{v}_w \quad (2.16)$$

式(2.11)を用いて式(2.14)を変形すると飽和土の連続の式として次式を得る.

$$(1-n) \frac{\dot{\rho}_s}{\rho_s} + n \frac{\dot{\rho}_w}{\rho_w} + \text{div } \mathbf{v}_s + \text{div}(n \mathbf{v}_r) = 0 \quad (2.17)$$

ここに \mathbf{v}_r は間隙水粒子の土粒子に対する相対速度で, 次式で定義される.

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s \quad (2.18)$$

式(2.17)において土粒子の非圧縮性 ($\dot{\rho}_s = 0$) を仮定すると,

$$n \frac{\dot{\rho}_w}{\rho_w} + \text{div } \mathbf{v}_s + \text{div}(n \mathbf{v}_r) = 0 \quad (2.19)$$

さらに間隙水の非圧縮性 ($\dot{\rho}_w = 0$) を仮定すると,

$$\text{div } \mathbf{v}_s + \text{div}(n \mathbf{v}_r) = 0 \quad (2.20)$$

が得られる.

本研究では土粒子は非圧縮と仮定した. 一方, 間隙水については, 解析プログラムの検証のために Terzaghi の圧密理論解と比較する場合においてのみ, 間隙水を非圧縮と仮定したが, それ以外は圧縮性流体として扱った.

2.2 運動量の平衡則と運動方程式

(1) 飽和土の運動方程式⁴⁾

ある時刻 t において領域 R_t を占める飽和土の運動方程式は, オイラー (Euler) の第1運動法則より

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_{R_t} (\bar{\rho}_s \dot{\mathbf{v}}_s + \bar{\rho}_w \dot{\mathbf{v}}_w) dR_t \\ &= - \int_{\partial R_t} (\bar{\rho}_w \mathbf{v}_w) \{(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) \cdot \mathbf{n}\} d(\partial R_t) + \int_{\partial R_t} \mathbf{t} d(\partial R_t) + \int_{R_t} \rho_t \mathbf{b} dR_t \end{aligned} \quad (2.21)$$

ここに、 \mathbf{t} は境界 ∂R_t で混合体に作用する表面力（全応力）ベクトル、 \mathbf{b} は混合体の単位質量あたりの物体力ベクトル（重力場では重力の加速度）である。

式(2.21)の左辺は R_t を占める土粒子と間隙水の運動量の時間的変化率、右辺の第一項の負号を除いた量は ∂R_t を通って間隙水が流出することによって減少する単位時間あたりの運動量、第二項は ∂R_t に作用する表面力、さらに第三項は R_t 内の物質に作用する物体力をそれぞれ表している。運動量は土粒子と間隙水で相互にやりとりがあるが、飽和土全体としての運動方程式において相互作用力は現れない。

式(2.21)は、土粒子と間隙水の質量平衡則（式(2.11)および(2.14)）を考慮して変形すると次のようになる、

$$\int_{R_t} (\bar{\rho}_s \dot{\mathbf{v}}_s + \bar{\rho}_w \dot{\mathbf{v}}_w - \rho_t \mathbf{b} + \text{div} \sigma) dR_t = 0 \quad (2.22)$$

ここに σ はコーシーの応力テンソルであり、応力成分が圧縮として作用する場合を正にとっている。また応力テンソルの対称性を考慮した。さらに

$$\dot{\mathbf{v}}_s = \frac{\partial \mathbf{v}_s}{\partial t} + (\text{grad} \mathbf{v}_s) \mathbf{v}_s \quad (2.23)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_w = \frac{\partial \mathbf{v}_w}{\partial t} + (\text{grad} \mathbf{v}_w) \mathbf{v}_w \quad (2.24)$$

領域は任意であるので、積分記号をはずして、次の運動方程式を得る。

$$\bar{\rho}_s \dot{\mathbf{v}}_s + \bar{\rho}_w \dot{\mathbf{v}}_w - \rho_t \mathbf{b} + \text{div} \sigma = 0 \quad (2.25)$$

土粒子と間隙水粒子の加速度が無視し得ると仮定した場合、次の静的な応力のつりあい式になる。

$$\rho_t \mathbf{b} - \text{div} \sigma = 0 \quad (2.26)$$

(2) 間隙水の運動方程式

領域 R_t を占める間隙水粒子の運動方程式は、間隙水粒子が土粒子間を流れるとき土粒子から受ける抵抗力を単位体積当たりの力 \mathbf{R} として評価すると、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \int_{R_t} (\bar{\rho}_w \mathbf{v}_w) dR_t \\ &= - \int_{\partial R_t} (\bar{\rho}_w \mathbf{v}_w) \{(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) \cdot \mathbf{n}\} d(\partial R_t) \\ & \quad + \int_{\partial R_t} \mathbf{t}_{(w)} d(\partial R_t) + \int_{R_t} \bar{\rho}_w \mathbf{b} dR_t - \int_{R_t} \mathbf{R} dR_t \end{aligned} \quad (2.27)$$

ここに、 $\mathbf{t}_{(w)}$ は境界 ∂R_t で間隙水に作用する表面力ベクトル（間隙水圧に起因する）、 \mathbf{b} は間隙水に作用する単位質量あたりの物体力ベクトルで、土粒子との相互作用を

含まないものとする（重力場では重力の加速度）。

式(2.27)の左辺は R_t に含まれる間隙水の運動量の時間的変化率、右辺の第一項の負号を除いた量は ∂R_t を通って間隙水が流出することによって減少する単位時間あたりの運動量、第二項は ∂R_t において間隙水に作用する表面力、第三項は R_t 内の間隙水粒子に作用する物体力、さらに第四項は領域 R_t 全体で土粒子が間隙水粒子に及ぼす抵抗力の合力をそれぞれ表す。

式(2.27)は、土粒子と間隙水粒子の質量平衡則（式(2.11)および(2.14)）を考慮して、

$$\int_{R_t} \{ \bar{\rho}_w \dot{\mathbf{v}}_w - \bar{\rho}_w \mathbf{b} + \text{div}(npl) + \mathbf{R} \} dR_t = 0 \quad (2.28)$$

と変形できる。ここに \mathbf{I} は単位テンソルである。

領域は任意であるので、積分記号をはずして、次の運動方程式を得る。

$$\bar{\rho}_w \dot{\mathbf{v}}_w - \bar{\rho}_w \mathbf{b} + \text{div}(npl) + \mathbf{R} = 0 \quad (2.29)$$

抵抗力 \mathbf{R} の評価方法は一次元圧密問題に関連させて次節で述べる。

3. 1次元問題における支配方程式と構成式

前節で導いた3次元問題における場の方程式を1次元問題に適用する。また間隙水と飽和土の構成式について基本的な考え方を示す。

3.1 場の方程式

(1) 連続の式

土粒子の非圧縮性を仮定するが間隙水の圧縮特性を考慮にいたれた質量平衡則は、式(2.19)より

$$n \frac{\partial \rho_w}{\partial w} + \frac{\partial v_s}{\partial z} + \frac{\partial (nv_r)}{\partial z} = 0 \quad (3.1)$$

となる。

(2) 飽和土の運動方程式

式(2.25)より

$$\bar{\rho}_s \dot{v}_s + \bar{\rho}_w \dot{v}_w - \rho_t g + \frac{\partial \sigma}{\partial z} = 0 \quad (3.2)$$

ここに g は重力の加速度である。

(3) 間隙水の運動方程式

式(2.29)より

$$\bar{\rho}_w \dot{v}_w - \bar{\rho}_w g + \frac{\partial (np)}{\partial z} + R = 0 \quad (3.3)$$

土粒子から受ける抵抗力 R を具体的に評価する。Darcy の法則は、それが適用できる条件下での間隙水の運動方程式を表すと考えられる。Darcy の法則の適用条件として、加速度項が無視できることと、それに加えて間隙率場が一様であることを仮定した場合の二通りについて検討した。

一次元問題における Darcy の法則は次式で表すことができる。

$$n(v_w - v_s) = -k \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right) = -\frac{k}{\rho_w g} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \rho_w g \right) \quad (3.4)$$

ただし、 h は全水頭、 k は透水係数である。ここで z に関する偏微分に際して $\rho_w g$ を一定と見なしたが、この影響は極めて小さいものであることを試算によって確認している⁵⁾。

● 加速度を考慮しない場合

式 (3.3) において加速度を無視すると

$$-\rho_w g + \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z} p + \frac{R}{n} = 0 \quad (3.5)$$

式 (3.22) と式 (3.21) から $\partial p / \partial z$ を消去すると抵抗力 R が次式のように決定できる。

$$R = n^2 \frac{\rho_w g}{k} (v_w - v_s) - \frac{\partial n}{\partial z} p \quad (3.6)$$

この抵抗力を用いて間隙水の運動方程式を表すと次式を得る：

$$\rho_w \dot{v}_w - \rho_w g + \frac{\partial p}{\partial z} + n \frac{\rho_w g}{k} (v_w - v_s) = 0 \quad (3.7)$$

● 加速度を考慮しない一様な間隙率場の場合

式(3.3)において加速度および間隙率の z に関する偏微分を無視し、上と同じ手順を踏めば、抵抗力 R は式(3.8)で、運動方程式は式(3.9)でそれぞれ与えられる：

$$R = n^2 \frac{\rho_w g}{k} (v_w - v_s) \quad (3.8)$$

$$\rho_w (\dot{v}_w - g) + \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial z} p + n \frac{\rho_w g}{k} (v_w - v_s) = 0 \quad (3.9)$$

式(3.8)と(3.9)は岡⁶⁾によって紹介されたものと同じである。

本研究では、式(3.7)と式(3.9)の両方の場合について解析をおこない第7章において解析結果を比較した。

抵抗力 R を評価するための上述の手順は、加速度が無視できる場合に Darcy 則が成り立つという経験的事実に基づいているが、逆に加速度を無視しない場合に R が式(3.6)や(3.8)で与えられるということを保証しない。この点については今後の課題としたい。

3.2 構成式

(1) 間隙水の圧縮特性

間隙水の圧縮特性として密度 (ρ_w) と間隙水圧 (p) に関する次の関係を用いる：

$$\frac{\dot{\rho}_w}{\rho_w} = \beta \dot{p} \quad (3.10)$$

ここに、 β は間隙水の体積圧縮係数であり一定と仮定した。

(2) 土の構成式

土の構成式をひずみ増分と有効応力増分で定義し以下のように表す。

$$\delta \varepsilon = m_v \delta \sigma' \quad (3.11)$$

ここに ε は初期時刻 t_0 を基準にしたひずみで、 $\delta \varepsilon$ は基準時刻 t_f と任意の時刻 t の間に生ずるひずみ増分を表す。 σ' は有効応力であり $\delta \sigma'$ は t_f と t の間に生ずる有効応力増分

である (ひずみについては4章で説明する)。なお σ' は次式で定義する。

$$\sigma' = \sigma - p \quad (3.12)$$

さらに m_v は体積圧縮係数であり、有効応力の関数として評価することによって構成関係の非線形性を考慮した。解析に用いた具体的な構成関係は後述する。

4. 有限変形解析の手法

有限要素法は未知量を有限要素節点での値を使って有限要素内で内挿近似する手法である。従って物質粒子に付随した量が未知量であるとき、節点を構成する粒子の位置が既知でなければならない。微小変形解析では節点を構成する粒子の位置を不変とするので粒子の位置は常に既知である。有限変形解析では、例えば土粒子の変位を未知量とする解法(変位法)では、変位が未知であるので対象とする時刻での土粒子の位置そのものが定まらないことになる。よって未知量の空間変数を時間によって変化しない変数(ラグランジュ変数)で表現する必要がある。そのような変数として基準配置における粒子の位置を採用することができる。この場合、有限要素近似も基準配置において行う。

有限変形解析は逐次更新ラグランジュ法(Updated Lagrangean Method)によって行った。時刻 t_f での配置を基準として時間増分 δt 後の時刻 t における配置を計算し、計算された配置を新たに基準配置として更に次の時間増分後の配置を計算していく方法である。

4.1 変位の定義

図-1のように初期時刻 t_0 において位置 Z_0 にある粒子(土粒子または間隙水粒子)が基準時刻 t_f において位置 Z に移る場合を想定する。基準時刻 t_f からある時間経過した任意の時刻 t までの粒子の移動量(変位)を u で表すと、時刻 t における粒子の位置 z は以下のように表せる。

$$z = Z + u \quad (4.1)$$

ここに、

$$u = u(Z, t), \text{ ただし } u(Z, t_f) = 0 \quad (4.2)$$

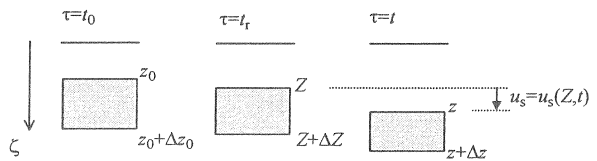


図-1 土粒子の運動と土粒子物質領域の変形

このように変位を定義することによって、粒子の速度および加速度はそれぞれ変位の時間に関する一階偏微分、

二階偏微分でそれぞれ表すことができる。

● 粒子速度： $v = \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} = \dot{u}$ (4.3)

● 粒子加速度： $a = \dot{v} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \ddot{u}$ (4.4)

上の定義は粒子の種類に依らないので、土粒子の場合には添え字's'を付けて変位 u_s 、速度 v_s および加速度 a_s が定義され、間隙水粒子の場合は添え字'w'を付けることによって変位 u_w 、速度 v_w および加速度 a_w がそれぞれ定義される。

4.2 変形

(1) ひずみ

対象とする時刻 (t) において要素の領域にわたる空間積分によって支配方程式の重み付き残差を求める。被積分関数に含まれる未知量が時刻 t における位置 z で表されているので、積分変数を Z に変換する必要がある。積分領域も変換される。積分変数と領域の変換のために、基準時刻 t_r での配置を基準にしたひずみを導入する。

図-1 に示すように初期時刻 t_0 において空間の領域 $Z_0 \leq \zeta \leq Z_0 + \Delta Z_0$ を占める土要素（土粒子の物質領域）を考える。別の時刻 t_r において別の領域 $Z \leq \zeta \leq Z + \Delta Z$ を、さらにある時間経過して時刻 t において領域 $z \leq \zeta \leq z + \Delta z$ を占めるものとする。

基準時刻 t_r を基準にした、任意の時刻 t までの要素の平均ひずみ (t_r を基準とした公称ひずみ) は圧縮を正にして、次のように定義される。

● 任意時刻 t における t_r を基準とした要素の平均ひずみ：

$$\bar{\varepsilon}_a(Z, t) = -\frac{\Delta z - \Delta Z}{\Delta Z} \quad (4.5)$$

極限 $\Delta Z \rightarrow 0$ を考えることによって t_r を基準としたひずみ場が定義できる：

● 任意の時刻 t における t_r を基準としたひずみ場：

$$\varepsilon_a(Z, t) = \lim_{\Delta Z \rightarrow 0} \bar{\varepsilon}_a(Z, t) = -\left(\frac{\partial z}{\partial Z} - 1\right) \quad (4.6)$$

土粒子の変位を用いて

$$\varepsilon_a(Z, t) = -\frac{\partial u_s(Z, t)}{\partial Z} \quad (4.7)$$

また、式(4.6)と(4.7)から変形勾配 ($\partial z / \partial Z$) は

$$\frac{\partial z}{\partial Z} = 1 - \varepsilon_a(z, t) = 1 + \frac{\partial u_s(Z, t)}{\partial Z} \quad (4.8)$$

となる。変形勾配は、時刻 t での勾配を基準時刻 t_r での勾配に変換したり、積分領域の変換に際して利用される。

本研究では上記のひずみの他に、非線形構成関係を取り扱うために、 t_0 を基準とした公称ひずみも利用した：

● 基準時刻 t_r における t_0 を基準としたひずみ場：

$$\varepsilon(Z, t_r) = -\left(\frac{\partial Z}{\partial Z_0} - 1\right) \quad (4.9)$$

● 任意の時刻 t における t_0 を基準としたひずみ場：

$$\varepsilon(Z, t) = -\left(\frac{\partial z}{\partial Z_0} - 1\right) \quad (4.10)$$

(2) ひずみ増分

基準時刻 t_r と任意の時刻 t の間に生ずる、初期時刻 t_0 を基準にしたひずみの増分は式 (4.9) と (4.10) を用いて以下のように定義される。

$$\delta \varepsilon = -\{\varepsilon(Z, t) - \varepsilon(Z, t_r)\} = -\left(\frac{\partial z}{\partial Z_0} - \frac{\partial Z}{\partial Z_0}\right) \quad (4.11)$$

変位を用いて表すと、

$$\delta \varepsilon = -\frac{\partial u_s(Z, t)}{\partial Z} - \frac{\partial Z}{\partial Z_0} \quad (4.12)$$

また、式 (4.9) を用い、ひずみ増分を基準時刻 t_r におけるひずみで表すと次のようになる。

$$\delta \varepsilon = -(1 - \varepsilon(Z, t_r)) \frac{\partial u_s}{\partial Z} \quad (4.13)$$

ここで t_r におけるひずみ $\varepsilon(Z, t_r)$ は既知であることに注意したい。

(3) 物質粒子に付随した物理量の勾配

物質粒子に付随した物理量 ϕ は、座標 z と時間 t の関数として、または座標 Z と時間 t の関数として表すことができる。両者の関係は、先に定義した変位 $u(Z, t)$ を用いると

$$\phi = \phi(z, t) = \phi(Z + u(Z, t), t) \quad (4.14)$$

任意時刻 t における ϕ の z に関する勾配 (即ち ϕ の空間座標 z に関する偏微分) は、基準座標 Z を用いると

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \phi(Z + u(Z, t), t)}{\partial z} = \frac{\partial \phi(Z + u(Z, t), t)}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial z} \quad (4.15)$$

さらに、式 (4.8) を用いて以下のように表現できる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{1}{(1 - \varepsilon_a)} \frac{\partial \phi(Z + u(Z, t), t)}{\partial Z} \quad (4.16)$$

5. 動的有限要素解析のための離散化

一次元圧密のための動的支配方程式を有限要素法で解くために離散化方程式系に直す。まず、場の方程式を重み付き残差法によって弱形式に変換する。次に未知量を有限要素近似で離散化した後、Galerkin 法を適用して弱形式支配方程式を離散化する。未知量の要素間連続性を考慮しアセンブルする。離散化された支配方程式をニューマークの β 法を用いて解を求める手順について述べる。

5.1 重み付き残差

(1) 飽和土の運動方程式

任意時刻 t において領域 $z_1 \leq z \leq z_2$ を占める飽和土の運動方程式の重み付き残差は次のようになる。

$$r_s \equiv \int_{z_1}^{z_2} w_s \left(\rho_s \ddot{u}_s + \rho_w \ddot{u}_w - \rho_t g + \frac{\partial \sigma}{\partial z} \right) dz \quad (5.1)$$

ここに w_s は重み関数であり、任意に選ぶことができる。

この式の被積分関数の変数は座標 z と時間 t である。変数を基準配置での座標 Z と時間 t に変換すると、式(4.8)と(4.16)を参照して、

$$r_s = \int_{Z_1}^{Z_2} w_s \left\{ (1-\varepsilon_a) \bar{\rho}_s \ddot{u}_s + (1-\varepsilon_a) \bar{\rho}_w \ddot{u}_w - (1-\varepsilon_a) \rho_t g + \frac{\partial \sigma}{\partial Z} \right\} dZ \quad (5.2)$$

被積分関数のすべての項は座標 Z と時間 t の関数である。部分積分によって式(5.2)を変形すると

$$r_s = \{w_s(Z_2)\sigma(Z_2) - w_s(Z_1)\sigma(Z_1)\} + \int_{Z_1}^{Z_2} \{w_s(1-\varepsilon_a) \bar{\rho}_s \ddot{u}_s + w_s(1-\varepsilon_a) \bar{\rho}_w \ddot{u}_w - w_s(1-\varepsilon_a) \rho_t g - \frac{\partial w_s}{\partial Z} \sigma\} dZ \quad (5.3)$$

となる。ここで図-2に示すように境界上での全応力と表面力 q の関係を用いて、

$$\sigma(Z_1) = q(Z_1), \quad \sigma(Z_2) = -q(Z_2) \quad (5.4)$$

ここに q は外向き法線が座標軸の正(負)の向きを向く面では応力の符号と逆(同じ)になる。

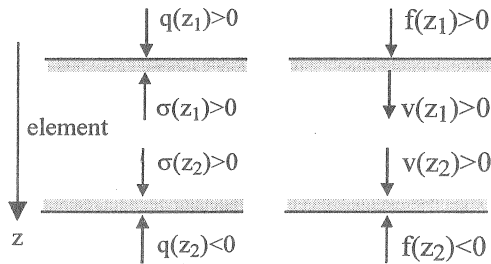


図-2 表面力とフラックスの定義

さらに有効応力の定義(式(3.12))、構成式(式(3.11))、ひずみ増分と変位の関係(式(4.13))より、

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma'(t_r) + \delta\sigma' + p \\ &= \sigma'(t_r) + \frac{1}{m_v} \delta\varepsilon + p \\ &= \sigma'(t_r) - \frac{1}{m_v} \left\{ (1-\varepsilon(t_r)) \frac{\partial u_s}{\partial Z} \right\} + p \end{aligned} \quad (5.5)$$

以上より、飽和土の運動方程式の重み付き残差は

$$r_s = \{ -w_s(Z_2)q(Z_2) - w_s(Z_1)q(Z_1) \} + \int_{Z_1}^{Z_2} \left\{ w_s(1-\varepsilon_a) \bar{\rho}_s \ddot{u}_s + w_s(1-\varepsilon_a) \bar{\rho}_w \ddot{u}_w - w_s(1-\varepsilon_a) \rho_t g - \frac{\partial w_s}{\partial Z} \left[\sigma'(t_r) - \frac{1}{m_v} (1-\varepsilon(t_r)) \frac{\partial u_s}{\partial Z} + p \right] \right\} dZ \quad (5.6)$$

となる。

(2) 間隙水の運動方程式

飽和土の運動方程式と同様の手順で間隙水の運動方程

式の重みつき残差を導くことができる。式(3.7)の場合を示す：

$$r_w = \{w_w(Z_2)p(Z_2) - w_w(Z_1)p(Z_1)\} + \int_{Z_1}^{Z_2} \left\{ w_w(1-\varepsilon_a) \bar{\rho}_w (\ddot{u}_w - g) + w_w(1-\varepsilon_a) \left(n \frac{\rho_w g}{k} \right) (\dot{u}_w - \dot{u}_s) - \frac{\partial w_w}{\partial Z} p \right\} dZ \quad (5.7)$$

(3) 質量平衡則

飽和土の質量平衡則(式(3.1))の重みつき残差は次式で与えられる：

$$r_p = \{ -w_p(Z_2)f(Z_2) - w_p(Z_1)f(Z_1) \} + \{ w_p(Z_2)\dot{u}_s(Z_2) - w_p(Z_1)\dot{u}_s(Z_1) \} + \int_{Z_1}^{Z_2} \left\{ w_p(1-\varepsilon_a) n \beta \dot{p} - \frac{\partial w_p}{\partial Z} (n\dot{u}_w) - \frac{\partial w_p}{\partial Z} (1-n)\dot{u}_s \right\} dZ \quad (5.8)$$

ここに f は間隙水の流入(フラックス)で境界上でのダルシー流速と次の関係にある：

$$\begin{aligned} n v_f(Z_1) &= f(Z_1), \\ n v_f(Z_2) &= -f(Z_2) \end{aligned} \quad (5.9)$$

フラックスは、外向き法線が座標軸の正(負)の向きを向く面では速度の符号と逆(同じ)になる(図-2)。

5.2 離散化

以後、行列表記を用いる。記号 $\langle \cdot \rangle$ は行ベクトルを、 $\{ \cdot \}$ は列ベクトルを、 $[\cdot]$ は行列を表す。

飽和土の運動方程式、間隙水の運動方程式および質量平衡則の未知量は、土粒子と間隙水粒子それぞれの加速度、速度および変位、ならびに間隙水圧および間隙水圧の時間的変化率(間隙水圧速度と呼ぶ)である。これらの未知量を有限要素近似した。

有限要素近似は、土粒子と間隙水粒子に関する量については2次3節点近似、間隙水圧に関する量については1次2節点近似を用いた。これは、構成関係より、有効応力増分が変位増分の一階微分(ひずみ増分)と線形関係にあるとしているので、変位の近似には有効応力つまり間隙水圧の近似次数より高い次数を用いるべきであるという考えに基づいている。

重み関数 w_s , w_w , w_p は Galerkin 法の考えにより未知量の節点近似に用いた内挿関数と同じ関数を用いて離散化した。

未知関数および重み関数の要素間の連続性を考慮にいて、全体系での重み付き残差を求めることができる。重み付き残差をゼロにする条件を課して、重み関数の任意性を考慮することによって、解くべき運動方程式はそれぞれ以下ようになる。

● 飽和土の運動方程式の離散形：

$$[M_{s_s}] \{\ddot{u}_s\} + [M_{w_s}] \{\ddot{u}_w\} + [K_{s_s}] \{u_s\} + [K_{p_s}] \{p\} + \{F_s\} = 0 \quad (5.10)$$

表-1 片面排水（上面排水）瞬時載荷圧密問題の境界条件および初期条件

	時刻	場所	土粒子			間隙水粒子			間隙水圧		表面力	フラックス
	初期時刻 $\tau = t_0 = 0$		加速度	速度	変位	加速度	速度	変位	時間変化率	値		
初期条件		全節点	0	0	0	0	0	0	0	静水圧	-	-
境界条件	任意時刻 $\tau = t$	上面	*	*	*	*	*	*	0	0	載荷重	*
		底面	0	0	0	0	0	0	*	*	*	0

(* : 計算によって定まる量)

- 間隙水粒子の運動方程式の離散形 :

$$[M_{w_w}] \ddot{u}_w + [C_{s_w}] \dot{u}_s + [C_{w_w}] \dot{u}_w + [K_{p_w}] p + \{F_w\} = 0 \quad (5.11)$$

- 質量平衡則の離散形 :

$$[C_{s_p}] \dot{u}_s + [C_{w_p}] \dot{u}_w + [C_{p_p}] p + \{F_p\} = 0 \quad (5.12)$$

ここで、各係数マトリックスの具体的な記述は紙数の都合で省いた。記号‘-’の付いた量は節点での値であることを表している。

5.3 ニューマークのβ法

支配方程式の離散形は、未知量として変位、速度および加速度の節点値ならびに間隙水圧と間隙水圧速度の節点値を含む。式の数より、未知数の方が多し不静定問題となる。そこで、ニューマークのβ法⁷⁾を適用して未知量を土粒子と間隙水粒子それぞれの加速度と間隙水圧速度にして解いた。

ニューマークのβ法は線形加速度法の一つである。変位、速度、加速度が基準時刻 t_r において既知で、加速度が時間 δt 間で線形に変化すると仮定すると t_r での速度および変位を t_r および $t(t=t_r+\delta t)$ での加速度で表すことができる。この考えを間隙水圧および間隙水圧速度にも適用した。基準時刻から δt 経過した時刻 t の土粒子および間隙水粒子それぞれの加速度と間隙水圧速度とを未知量とする方程式系に変換して解を求めた後、土粒子および間隙水粒子それぞれの加速度、間隙水圧速度を積分することにより、土粒子および間隙水粒子それぞれの変位および速度、間隙水圧の値を決定した。ただし、ニューマークのβ値は無条件安定値として、 $\beta_1=1/4$ 、 $\beta_2=1/2$ を用いた。 β_1 は変位を加速度で表現したときの係数βの値、 β_2 は間隙水圧を間隙水圧速度で表現したときのβの値である。

6. 解析方法

6.1 問題の設定

厚さ 2(cm) の飽和粘土供試体に片面排水（上面排水）の条件で瞬時に載荷する圧密の問題を解析した。未知量に関する初期条件と境界条件を表-1 に示した。

瞬時載荷を想定したが実際の解析においては荷重を時

刻 $t_0(=0)$ から t_1 までの連続関数で与えた。載荷期間 (t_0 から t_1 まで) に荷重を直線的に増やす場合と Sin 関数で増やす場合の2通りの方法で行った。

圧密圧力 160 (kN/m²) で平衡状態にある供試体に、さらに 160 (kN/m²) 載荷し、その後、荷重を一定に保った。

6.2 要素分割数

要素分割数の影響を調べるために、要素数を 10, 20 および 30 と変えて計算した。排水面近傍では未知量の時間的・空間的変化が大きいと予想されたので要素を細かく分割した。

6.3 構成関係モデル

数値解析で対象とした試料の構成関係は、間隙比 e と有効応力の自然対数 $\ln \sigma'$ との関係、および透水係数の自然対数 $\ln k$ と有効応力の自然対数 $\ln \sigma'$ との関係が正規圧密および過圧密の各領域で直線的であると仮定した。式で表すと

$$e = e_r + \alpha \ln \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_{er}} \right) \quad (6.1)$$

$$m_v = \frac{\alpha}{(1+e)} \frac{1}{\sigma'} \quad (6.2)$$

$$k = k_r \left(\frac{\sigma'}{\sigma'_{kr}} \right)^\xi \quad (6.3)$$

ここに、 e_r 、 σ'_{er} 、 k_r 、 σ'_{kr} は上記直線の位置を定めるためのパラメータである。 α および ξ は直線の傾きを表すためのパラメータであり、正規圧密領域では $\alpha=\lambda$ 、 $\xi=\xi_{NC}$ 、過圧密領域では $\alpha=\kappa$ 、 $\xi=\xi_{OC}$ とする。数値解析に用いた構成パラメータの値を試料の物性値とともに表-2 に示した。正規圧密状態を対象として解析するために圧密降伏応力の初期値を 160 (kN/m²) に設定した。なお、ある位置での圧密降伏応力はその位置における既往最大の有効応力として順次更新した。

6.4 非線形解析手法

① 基準時刻 t_r での土粒子と間隙水粒子それぞれの加速度、速度および変位、ならびに間隙水圧と間隙水圧速度を既知量として、計算時間間隔 δt 経過後のそれらの値を反復計算により求める ($t=\delta t$ のとき $t_r=t_0(=0)$ である)。

② 求められた土粒子変位を用いて座標を更新する。未知

表-2 構成パラメーターと数値解析に用いた値

(a) 圧縮特性を表すパラメーター	
λ	0.321
κ	0.0326
e_r	1.44
σ'_{er}	0.64×10^{16} (N/m ²)
圧密降伏応力の初期値	0.16×10^{16} (N/m ²)
(b) 透水特性を表すパラメーター	
ξ_{NC}	1.420
ξ_{OC}	0.325
k_r	0.35×10^{-9} (m/s)
σ'_{kr}	0.48×10^{16} (N/m ²)
(d) 試料の材料定数	
ρ_s	2610 (kg/m ³)
p=0 における間隙水の密度, ρ_{w0}	1000 (kg/m ³)
間隙水の体積圧縮係数, β	0.457×10^{-9} (m ² /N)

量を更新して既知として、 δt 経過後の時刻を新しい基準時刻とし、①と同様の計算をする。③時間軸方向にこれらの計算ステップを繰り返す。

反復計算の方法を述べる。式(4.7)に示したように、基準時刻 t_f を基準としたひずみ ϵ_a は未知量である土粒子変位と関連づけられているので、反復計算の1回目においては ϵ_a を定めることができない。そこで1回目の反復計算では ϵ_a をゼロと仮定し、土粒子変位を計算し、それにより2回目の反復計算における ϵ_a を与えた。このように2回目以降は前回の反復計算で求めた土粒子変位から ϵ_a を求め、マトリックスを更新する方法を採った。

反復計算は次の条件が満たされるまで行った。

$$\frac{\sum [R(i)^2 - R_0(i)^2]}{\sum R_0(i)^2} \leq 10^{-10} \quad (6.4)$$

ここに $i=1, 2, \dots, N$ (N は全自由度数)、総和は全自由度における和を意味し、 $R(i)$ および $R_0(i)$ はそれぞれ現在および前回の反復計算で得られた第 i 番目の未知量の値である。

7. 結果と考察

7.1 予備的検討の結果

(1) 有限要素プログラムの妥当性評価

有限変形理論に基づいて加速度項を考慮に入れた有限要素解析プログラムを作成した。作成したプログラムの妥当性を検証するために、プログラムに微小変形の仮定を加え、さらに加速度を考慮しない条件を与えた。それを用いて c_v -一定構成モデル ($c_v=2.33 \times 10^{-6}$ m²/sec) に対して解析し、Terzaghi の理論解⁸⁾と比較した。

図-3 に結果を示す。解析領域下面の過剰間隙水圧の挙動を比較した。有限要素解析は厳密な瞬時荷重でないで荷重中における間隙水圧の挙動は理論解と整合して

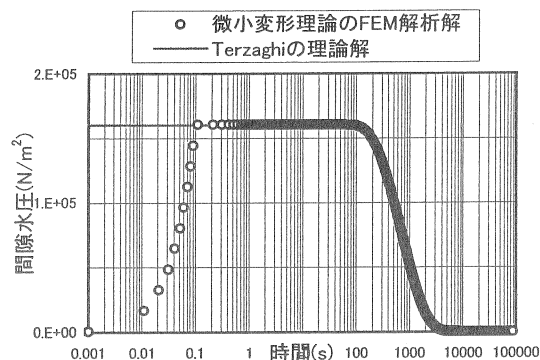


図-3 Terzaghi の理論解との比較

いないが、荷重終了以降においては理論解と解析解はほぼ一致している。このことより本研究で作成したプログラムは妥当であると判断した。

(2) 荷重時間と計算時間間隔の影響

荷重時間 t_1 の大きさ、荷重関数の形、計算時間間隔 δt を種々変えて有限変形動的圧密解析を行った。これらの条件の組み合わせ次第では収束しない場合があった。詳細は割愛するが、荷重時間を $t_1=0.1$ (s)、荷重手法は直線荷重によるものが望ましいこと、また計算時間間隔は短すぎても長すぎてもいけないことがわかった。本論文では直線関数による荷重法で荷重時間 $t_1=0.1$ (s)、計算時間間隔 $\delta t=0.001$ (s) にて行った計算の結果を示す。

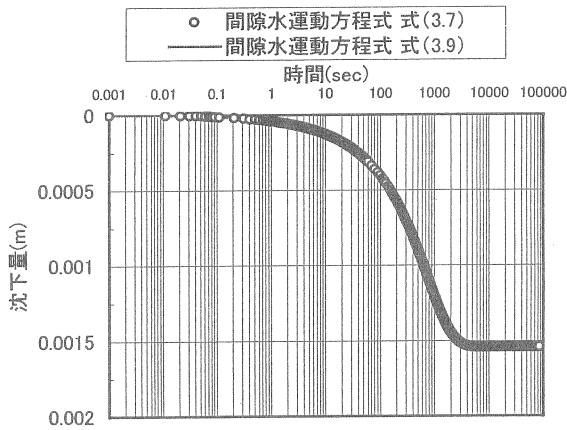
(3) 要素分割数による影響

数値解析における要素数の影響を見るために要素数を10、20 および 30 と変えて解析を行った。その結果、要素数10の場合に通常の圧密現象においてあり得ないような現象が計算された。要素数を20または30要素と多くすることによりそのような現象は見られなかった。このことを考慮して、計算時間の観点から要素数を20として主計算を行った。因みに、24時間圧密の有限要素解析に要した解析時間は、CPUがPentiumIV (1.4GHz) のパーソナルコンピュータを用いて、20要素で約110分、30要素で約340分であった。

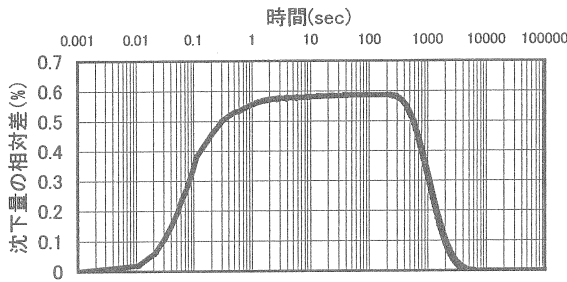
7.2 間隙水の運動方程式の影響

3章で示したように、間隙水の運動方程式を2通りの考え方で定式化した(式(3.7)と(3.9))。両方の式を用いて解析した結果を比較する。

図-4(a)に沈下量-時間曲線を示した。同図(b)に式(3.7)に基づく沈下量に対する式(3.9)に基づく沈下量の相対差を示した(ここにAに対するBの相対差とは $(B-A)/A$ で定義した量である)。図(a)より沈下-時間曲線に差が見られない、また、図(b)より相対差は最大で約+0.6%であり、圧密終了時には差はほとんど見られないことがわかる。従って、沈下量に関して運動方程式の違いによる影響は極めて小さいといえる。

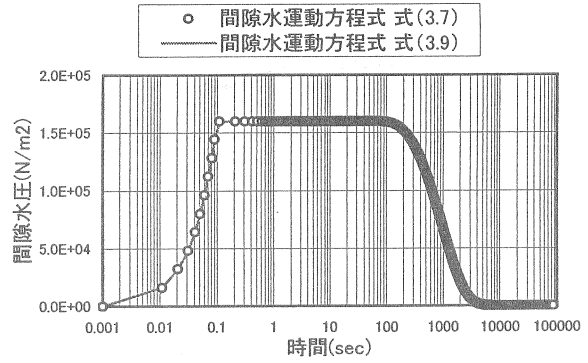


(a) 沈下量-時間の関係

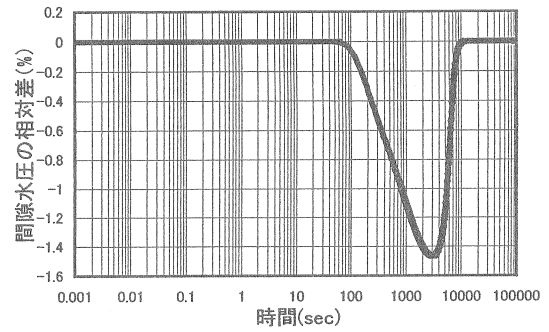


(b) 沈下量の相対差-時間の関係

図-4 間隙水の運動方程式の影響 (沈下量)



(a) 間隙水圧-時間関係



(b) 間隙水圧の相対差-時間の関係

図-5 間隙水の運動方程式の影響 (間隙水圧)

図-5に間隙水圧を示す。(a)は底面間隙水圧-時間曲線(以下 $p\text{-log}t$ 曲線), (b)は式(3.7)に基づく結果に対する式(3.9)に基づく結果の相対差である。図(a)から相違を読み取ることは困難である。(b)より, 圧密の終了時に最大の差を生じることがわかるがその値は -1.5% である。従って, 間隙水圧に関しても, 運動方程式の違いによる影響は極めて小さいといえる。

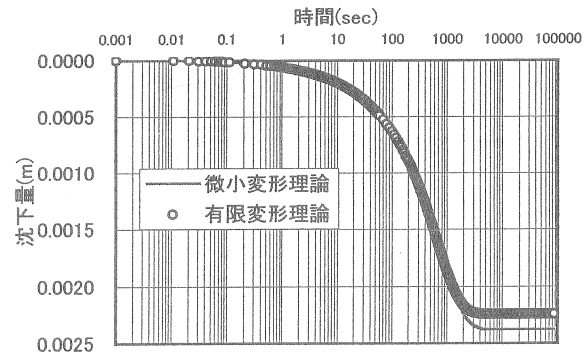
以上より式(3.7)と式(3.9)による結果の差異は微小であると判断できる。以後, 式(3.7)を用いた結果を示す。

7.3 有限変形理論と微小変形理論の比較

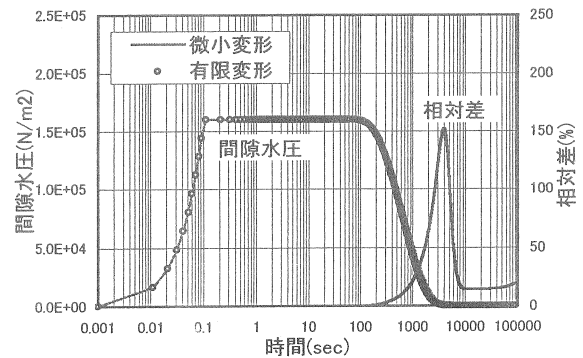
本研究では加速度を考慮にいたったことに加え有限変形理論に基づく数値解析を行っていることに特徴がある。そこで有限変形理論に基づく結果と微小変形理論に基づく結果の違いを比較する。どちらも加速度を考慮した。構成モデルは m_v , k 一定モデル, 即ち c_v 一定モデルとした。圧密係数は $c_v = 2.33 \times 10^{-6} (\text{m}^2/\text{s})$ にて解析を行った。

図-6は微小変形理論と有限変形理論に基づく結果を比較したものであり, (a)は $d\text{-log}t$ 曲線, (b)は $p\text{-log}t$ 曲線である。図(b)には有限変形理論に基づく間隙水圧に対する微小変形理論に基づく間隙水圧の相対差も示している。

図(a)より, 沈下量は有限変形理論より微小変形理論を用いた方が大きく見積もることがわかる。これは, 微

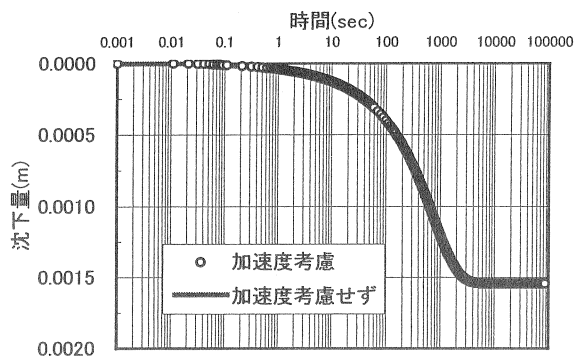


(a) 沈下量

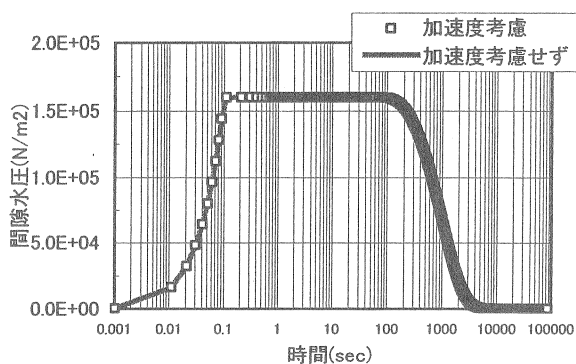


(b) 間隙水圧

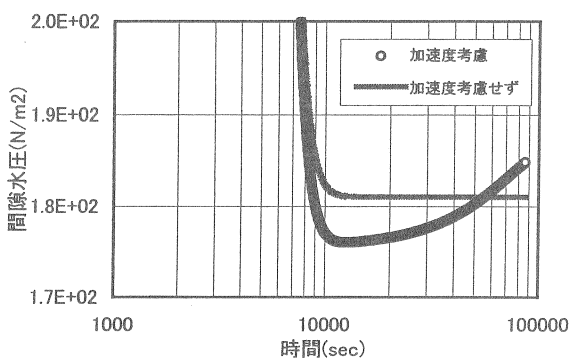
図-6 微小変形理論と有限変形理論の比較



(a) 沈下量



(b) 間隙水圧



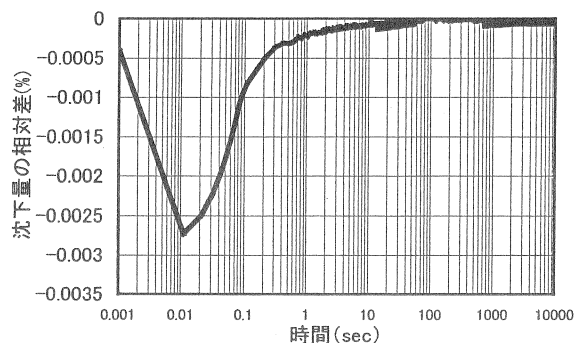
(c) 図(b)の拡大図

図-7 加速度を考慮した場合としない場合の比較

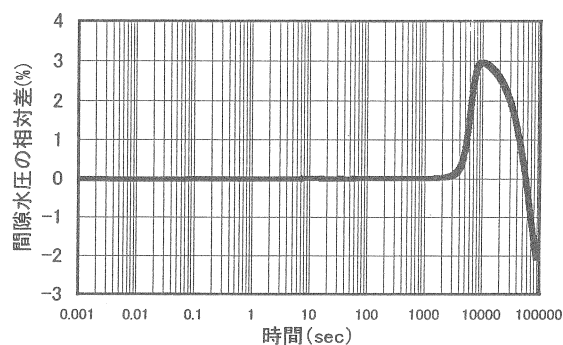
小変形理論は座標を更新しないので供試体高さを実際より大きく見積もり、結果的に圧縮量を大きく見積もるためであると考えられる。

図(b)より、微小変形理論では有限変形理論より底面間隙水圧の消散速度が遅いといえる。これは、微小変形理論では要素の座標を更新しないので、排水距離を実際よりも過大に評価するためと考えられる。

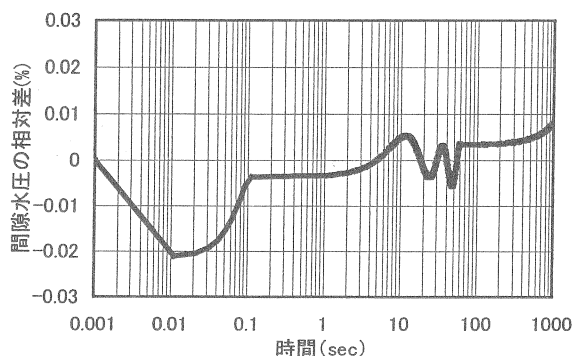
本研究では厚さ 2cm 程度の供試体を扱っているが、実際の粘土地盤のように厚さが 10m のオーダーになると、上に述べた差は量的に大きくなる。従って実地盤規模の圧密問題を対象とする場合は微小変形の仮定を設けないことが望ましいと言える。



(a) 沈下量の相対差



(b) 間隙水圧の相対差



(c) 間隙水圧の相対差 (拡大図)

図-8 加速度を考慮した場合としない場合の比較
(沈下量と間隙水圧の相対差)

7.4 加速度の影響

加速度項を考慮した場合と考慮しない場合の結果を比較する。いずれも有限変形理論に基づく結果である。

図-7は加速度を考慮した場合と考慮しない場合の解析結果を比較したものである。(a)は $d\text{-log}t$ 曲線、(b)は $p\text{-log}t$ 曲線、(c)は一次圧密終了付近の $p\text{-log}t$ 曲線を拡大したものである。図(a)と(b)を比較すると沈下量および間隙水圧は、ほぼ同一の曲線上来てその違いは見受けられない。また、図(c)より、加速度を考慮した場合、一次圧密終了後に間隙水圧が再び増加する挙動を示していることがわかる。

図-7(c)において圧密終了後に間隙水圧が完全に 0 にならないのは静水圧が存在するためである。

図-8は加速度項を考慮した場合に対する考慮しない場合の相対差であり、(a)は沈下量の相対差、(b)は間隙水圧の相対差、(c)は(b)の圧密初期部分を拡大したものである。

図-8(a)より、加速度を考慮しない方が加速度を考慮したものより沈下量が小さいことが観察される。沈下量は荷重の初期において最大の相対差を示すが、その値は -0.003% 程度と小さい。しかもその差は圧密が進行するに従い減少してゆく傾向にある。

図-8(c)より、圧密の初期における間隙水圧の相対差は最大で -0.02% 程度である。図-8(b)を見ると、圧密が終了した後に $\pm 2\%$ 程度の間隙水圧差の増減が表れた。これは、先に指摘したように加速度を考慮した場合には一次圧密終了付近で間隙水圧が再上昇するために生じたと思われる。

以上より、一次元圧密解析において加速度を考慮に入れた効果は極めて小さいと結論できる。

8. 結論

厚さ 2cm の飽和粘土供試体に片面排水（上面排水）の条件で瞬時に荷重する圧密の問題を加速度を考慮して有限変形・有限要素法によって解析した。主たる結果は次の通りである。

8.1 解析条件の影響

(1) 荷重関数の形による影響

荷重を瞬間に与えると荷重の初期において運動方程式を満たすことができないので解析が不安定になる。従って荷重を時間的に直線または \sin 関数によって与えた。直線関数で荷重すると圧密終了後の間隙水圧の非現実的な挙動を少なくすることができた。従って、荷重は直線関数によって与える方が望ましいと考えた。

(2) 計算時間間隔の影響

荷重中の計算時間間隔の影響を調べた結果、荷重中の計算時間間隔は短すぎても長すぎても解が求まらない場合があった。本研究で対象とした問題では $\delta t=0.01\sim 0.001\text{sec}$ の間で計算することが望ましいことがわかった。

(3) 要素分割数の影響

要素数を 10, 20, 30 と変えて計算を行い要素数の影響を調べた。その結果、要素数 10 の場合に通常の圧密現象においてあり得ないような現象が計算された。要素数を 20 または 30 要素と多くすることによりそのような現象は見られなかった。要素数を多くすれば、有効応力の不連続などを低減し解析精度が上がるものの、当然ながら計算機の負荷が大きくなる。従って、解析精度と解析時間の関係が最適化される要素数にすることが望ましい。

8.2 解析理論の影響

(1) 間隙水の運動方程式について

間隙水が土粒子から受ける抵抗力の評価方法によって二通りの間隙水の運動方程式を導いた（式(3.7)と式(3.9)）。両方の式に基づいて解析を行い比較検討したところ、沈下量で最大 0.6%、間隙水圧で最大 1.5%の差が生じた。差は大きいとは言えないが本質的な問題であるので、慎重に判断しなくてはならない。どちらがより合理的か、今後の課題としたい。

(2) 有限変形理論と微小変形理論の差異

微小変形の仮定を設けると、有限変形理論に比べて圧密沈下量が大きくなる。これは、微小変形理論は座標を更新しないので供試体高さを実際より大きく見積もり、結果的に圧縮量を大きく見積もることに起因する。

間隙水圧は、微小変形の仮定を設けると、有限変形理論に比べて消散速度が遅くなった。これは、微小変形では要素の座標を更新しないため排水距離を過大に評価するためである。

これらの差は実地盤規模の問題になると無視し得ない大きさになると思われる。

以上より有限変形理論はより実際の解を与えると考えられる。

(3) 加速度の影響

加速度を考慮した場合と考慮しない場合を比較した結果、沈下量と間隙水圧において荷重過程の初期において加速度の影響が大きいことがわかったが、加速度を考慮した場合に対する考慮しない場合の相対差は、沈下量で最大 -0.003% 程度、間隙水圧で最大 -0.02% 程度しか生じないことがわかった。したがって従来の圧密理論において加速度項を無視してきたことの妥当性を結果的に証明することになった。

8.3 今後の課題

本研究では 1 次元の問題しか扱っていないが、2 または 3 次元に拡張することによって、地震時の地盤の液化対策のためのドレーンの効果や、動荷重による圧密現象の解明に応用できると考えられる。今後の課題としたい。

参考文献

- 1) 吉田望：有限要素法の基礎と地盤工学への応用，土と基礎，Vol.49, No9. Ser.No.524, pp35~40,2001.
- 2) Zienkiewicz, O. C. and Shiomi, T.: Dynamic behavior of saturated porous media; the generalized Biot formulation and its numerical solution, Int. J. Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 8, pp.71-96, 1984.
- 3) 清水正喜：飽和土の質量平衡式の混合理論による定式化，地盤工学会中国支部論文報告集，「地盤と建

- 設」, Vol.15, No.1, pp.41-45, 1997.
- 4) 清水正喜：定ひずみ速度圧密試験に対する有限変形圧密理論の適用性に関する研究，科学研究費成果報告書，基盤研究(c)(2)課題番号 08550578, p.68, 1998.
 - 5) Shimizu, M : Formulation for finite deformation FE analysis of one-dimensional consolidation of saturated soils, 鳥取大学工学部研究報告, Vol.25, No.1, pp.187-198, 1994.
 - 6) 岡二三生：地盤の弾粘塑性構成式，森北出版，pp.157-161, 2000.
 - 7) Zienkiewicz O.C. & Taylor R.L：マトリックス有限要素法Ⅱ〔改訂新版〕，科学技術出版社，pp.352-411，1996.
 - 8) 柴田徹 他：地盤力学，山海堂，pp.23-43, 2000.