

## 地下流体流動モデリングにおける境界条件の逆解析

## Inverse Analysis of Boundary Conditions in Subsurface Fluid Flow Modeling

増本 清 Kiyoshi MASUMOTO (島根大学総合理工学部)

永井康介 Kousuke NAGAI (元島根大学大学院総合理工学研究科)

地下流体流動モデリングにおいて、地下水物性値は逆解析により推定されているものの、境界条件に関しては、既知として扱われることが多く、逆解析により推定されている例は少ない。そこで、本研究では物性値(浸透率)と同時に境界条件を表すパラメータ( $\alpha$ ,  $\beta$ )を未知として扱うことのできる逆解析プログラムの有用性について検討するため、砂岩平板を用いた室内エアパルス試験で得られた圧力データを用いて、境界条件を既知もしくは未知とした逆解析を行い、両者を比較した。その結果、境界条件を既知とした逆解析に比べ、未知とした逆解析のほうがより観測値に近い圧力挙動を求めることができた。このことから、境界条件逆解析プログラムの有用性が示された。

キーワード：室内エアパルス試験，逆解析，境界条件，境界条件パラメータ (IGC:D-4,G-7)

## 1. はじめに

地下水等の地下流体の流動を的確に予測するために、水理地質構造とその不均質性を考慮した数値モデルによるシミュレーションが実施される。その際、様々な地質調査に基づいて物性値等が与えられるが、計測の限界等に起因する不確実性や誤差が内包されるのは避けられない。特に不均質な物性値が未知な場合があり、これに対処するために、逆解析手法を用いて推定する技術としてハイドロパルストモグラフィ技術 (HT) が提案されている<sup>1),2)</sup>。これは、不均質物性を反映した十分なデータを取得するために多数の非定常孔間透水試験を実施し、取得した多数のデータから数値逆解析により不均質な物性分布を描き出すものである。この手法の妥当性を評価するために、数値実験等により様々な検討が行われている<sup>3),4),5),6)</sup>。しかし、ハイドロパルストモグラフィ手法の妥当性評価に関するこれまでの研究において、地下水物性値(浸透率等)は逆解析により推定されているが、境界条件に関しては、既知として扱われることが多く、逆解析により推定されている例は少ない。境界の推定に関する研究例として、Chen and Seinfeld(1975)<sup>7)</sup>では境界の位置の推定を、Jyrkama and Sykes(2006)<sup>8)</sup>では涵養量・涵養域の推定が行われている。また、著者らにより室内実験データを用いた解析を通して、境界条件を既知とした逆解析がモデル誤差を生じることが指摘されている<sup>9)</sup>。こうした研究例では、境界条件と物性値を同時に推定したり、典型的な3種類の境界条件を合わせて推定するといったことは行われていない。

より信頼性の高い地下水モデルを構築するためには、地下水物性値分布だけでなく境界条件も適切に設定することが重要であり、そのためには境界条件も逆解析に

より推定することが有効と考えられる。そこで本研究では、多孔質体内の流体流動モデルにおける境界条件を推定するために、境界条件を表すパラメータ( $\alpha$ ,  $\beta$ )を導入し、それらを未知パラメータとした逆解析プログラムを作成した。なお、 $\alpha$ は主に第1種から第3種の境界条件の区別を、 $\beta$ は主に流量や圧力などの境界条件に含まれる一定値を反映したパラメータである。さらに、砂岩平板モデルを用いた室内エアパルス試験により得られた圧力データを用いて、作成した逆解析プログラムの有用性を検討した。

## 2. 境界条件の数値逆解析法

## 2.1 数値逆解析法

基礎となる数値逆解析手法は、増本他<sup>6)</sup>と同様である。以下、要点を示す。次の地下流体流動の支配方程式((1)式)および、境界条件((2)式)を差分法(陰解法)により離散化した差分方程式を数値的に解く。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi_e}{B} \right) = \nabla \cdot \left\{ \frac{K}{\mu B} \nabla \psi \right\} - Q \quad (1)$$

ただし、 $\phi_e$ : 有効間隙率、 $\mu$ : 粘性係数、 $B$ : 容積係数、 $K$ : 浸透率 (permeability)、 $\psi$  ( $=p - \rho g z$ ): 水理ポテンシャルとする。

$$a \frac{\partial \psi_b}{\partial n} + b \psi_b = c \quad (2)$$

ただし、 $\psi_b$ : 境界面におけるポテンシャル、 $a, b, c$ : 境界条件に関するパラメータとする。

逆問題は、順解析で得られた計算圧力値と観測圧力値の残差二乗和にスムージング項を加えた目的関数(3)式を最小化するような未知パラメータ  $u$  を求める非線形

最適化問題として定式化される。

$$J = \sum W (p_{cal}(u) - p_{obs})^2 + G \quad (3)$$

ただし、 $W$ : 重み、 $p_{cal}$ : 計算圧力値、 $p_{obs}$ : 計測圧力値、 $u$ : 未知パラメータベクトル、 $G$ : ペナルティ関数 (スムージング項) とする。

なお、ここでは未知パラメータ  $u$  は、各差分格子間の浸透率だけでなく、後述する境界条件パラメータを加えたものとした。

定式化された逆問題は、準ニュートン法 (SSVM) を用いて解く。その際、未知パラメータの勾配を、最小限の順解析計算回数で求める adjoint 法<sup>10)</sup>を用いた。また、逆解析の安定性を考慮したスムージング<sup>例えば 11)</sup>を行っている。

準ニュートン法を用いた数値逆解析プログラムのフローチャートを図-1 に示す。

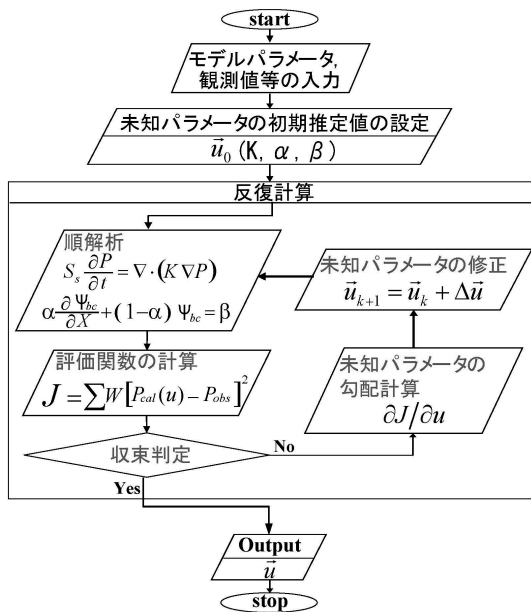


図-1 逆解析フローチャート

## 2.2 境界条件パラメータの導入

地下水モデルにおける境界条件 (2)式) は一般に用いられる典型的な3種類の境界条件を一つの式で表現したものである<sup>12)</sup>。すなわち、境界部において圧力値を指定する第一種境界条件、流量を指定する第二種境界条件、圧力値と流量の線形関係を指定する第三種境界条件を併せて表したものである。本研究では、(2)式における  $a, b, c$  の代わりに、2種類の境界条件を表すパラメータ ( $\alpha, \beta$ ) を導入した(4)式を用いて、これら3種類全ての境界条件を逆解析することとした。

$$\alpha \frac{\partial \psi_b}{\partial n} + (1 - \alpha) \psi_b = \beta \quad (0 \leq \alpha \leq 1) \quad (4)$$

$\psi_b$ : モデル境界部における水理ポテンシャル、 $\alpha, \beta$ : 境界条件パラメータ、 $n$ : モデル境界部における法線ベクトル(外向き正)である。

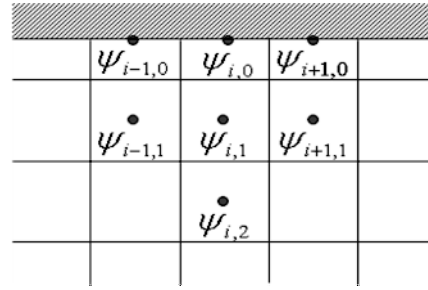


図-2 境界付近の離散化の例

境界部分の離散化は、差分格子間距離が等しい場合を例に挙げると、

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial n} = \frac{1}{2} (-\psi_2 + 4\psi_1 - 3\psi_0) \quad (5)$$

$\psi_i$  の下付添字  $i$ : 境界からの格子番号 (図-2 参照) のように近似できる。これを(4)式に代入して、式展開を行った。なお、(4)式において、 $0 \leq \alpha \leq 1$  とすることにより、 $\alpha=1$  のとき第一種境界条件、 $\alpha=0$  のとき第二種境界条件、 $0 < \alpha < 1$  のとき第三種境界条件と表すことができる。本研究では、差分格子間浸透率に、境界条件パラメータ  $\alpha, \beta$  を加えた

$$u = u(K, \alpha, \beta) \quad (6)$$

を未知パラメータとして逆解析を行った。さらに、 $K, \alpha, \beta$  は、離散化した格子毎に異なる値を与えることを可能とした。

## 3. 室内エアパルス試験

### 3.1 室内エアパルス試験法

試験装置全体の概念図を図-3 に、試験装置本体である砂岩平板供試体を図-4 に示す。供試体は比較的均質で非常に細粒な、島根県出雲市河下町産の凝灰質砂岩を

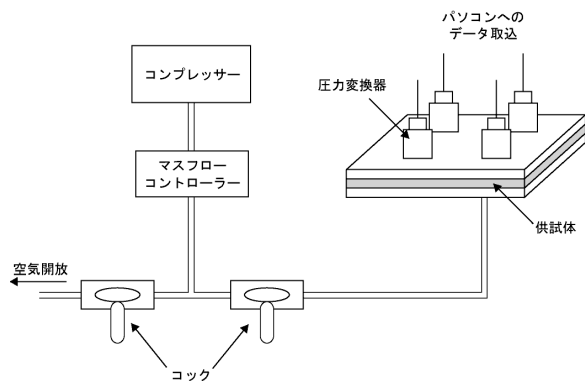


図-3 実験装置全体の概念図

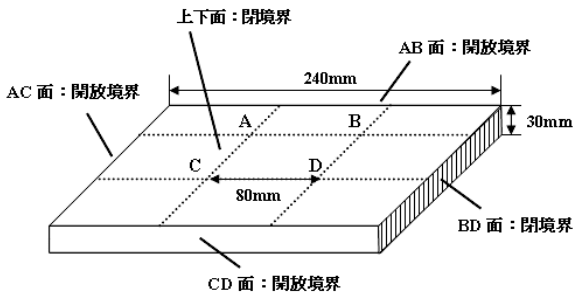


図-4 砂岩平板供試体

使用した。24cm×24cm×3cmの板状に整形し、4隅から縦・横それぞれ8cmの位置に直径5cmの孔を、4箇所(A,B,C,D)開けた。供試体は十分乾燥させた後、上下面にエポキシ系接着剤を塗ることにより閉境界とした。さらに、上下を供試体と同位置に穴をあけたアクリル板で挟み、固定した。この際、各穴の部分はオーリングを用いて漏れを防止した。一方、供試体の側面については、開放境界と閉境界が混在する2次元モデルとするために、図-4に示すように、AC,AB,CD面は開放境界、BD面は、上下面同様、閉境界とした。なお、ここでは点A,Cに近い側の供試体側面(A,C孔から約8cm離れた面)をAC面というように、それぞれAC,AB,BD,CD面と呼ぶこととする。上側のアクリル板に圧力変換器を取り付け、下側から空気を圧入し、各孔における圧力値を経時的に計測する。空気圧入は4孔のうち1孔から行い、その他の孔は閉鎖バルブを取り付ける。

エアパルス試験では、コンプレッサーで圧縮した空気をマスフローコントローラーで一定流量に制御し、実験装置本体である供試体への圧入を行う。その際、2つのコックを切り替えることにより、空気の圧入・停止を繰り返したパルス状の空気を送り込む。

なお、実験の再現性を調べることにより、孔部分等の漏気がほとんど無いことを確認している。

### 3. 2 計測パターン

計測パターンは、圧力変換器の制約、圧入流量、時間等を総合的に考慮して決定した。計測は、孔AからDまで、それぞれを圧入点として、計4回行った。いずれの実験も、30秒圧入し、270秒停止を2回繰り返し、その後1200秒停止した、計30分計測とし、圧入流量はいずれも約3.2ml/secとした。

## 4. 逆解析モデル設定方法

砂岩平板の差分格子分割図を図-5に示す。差分格子数は17×17=289個とした。未知パラメータの初期推定値として、孔部分の間隙率は、アクリル板、チューブ、ねじ穴等を考慮し、発信孔の間隙率を25.0、観測孔間

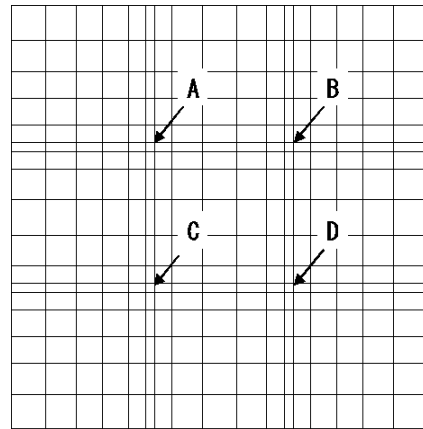


図-5 差分格子分割図

隙率を10.0とした。岩石部分の間隙率は0.2とした。各格子間(16×17+17×16=544箇所)の格子間浸透率値は、全パラメータに0.3mdを与える。境界条件パラメータは、各面に対して、 $\alpha$ 、 $\beta$ を一つずつとし、BD面については $\alpha$ を0.9、 $\beta$ を10.0とし、その他のAB,AC,CD面については $\alpha$ を0.1、 $\beta$ を $1.0 \times 10^5$ とした。時間ステップは10秒間隔とした。以上を基本の設定条件として逆解析を行う。

本研究における逆解析パターンを表-1に示す。一般に、計測時間が長い程、孔から離れた境界部分の影響をより大きく反映したデータが取得できることは明らかである。したがって、計測時間の異なるデータを用いて逆解析を行い、比較することにより、境界条件逆解析の有用性が検討できると考えられる。そこで本研究では、作成した境界条件逆解析プログラムの有用性を検討するために、室内エアパルス試験により得られた30分計測データのうち、20分までを用いた計測データ、30分までを用いた計測データを入力データとし、それぞれの圧力データに対し、境界条件パラメータを既知、および未知とした2パターンの逆解析を行った。ここで、20分計測データによる逆解析をcase1、30分計測データによる逆解析をcase2とする。なお、境界条件パラメータを既知とした逆解析では、実験で使用した供試体の条件に適合する条件を与えるために、境界条件パラメータの設定を、実際に閉境界と想定できるBD面は $\alpha=1.0$ 、 $\beta=0.0$ とし、開放境界と想定できるAC,AB,CD面は $\alpha=0.0$ 、 $\beta=101325.0$ (大気圧)とした。また、逆解析反復は計算量の制約から最大1000回とした。

表-1 境界条件設定パターン

	入力圧力データ	境界条件パラメータ
case1-1	20分計測データ	既知
case1-2	20分計測データ	未知
case2-1	30分計測データ	既知
case2-2	30分計測データ	未知

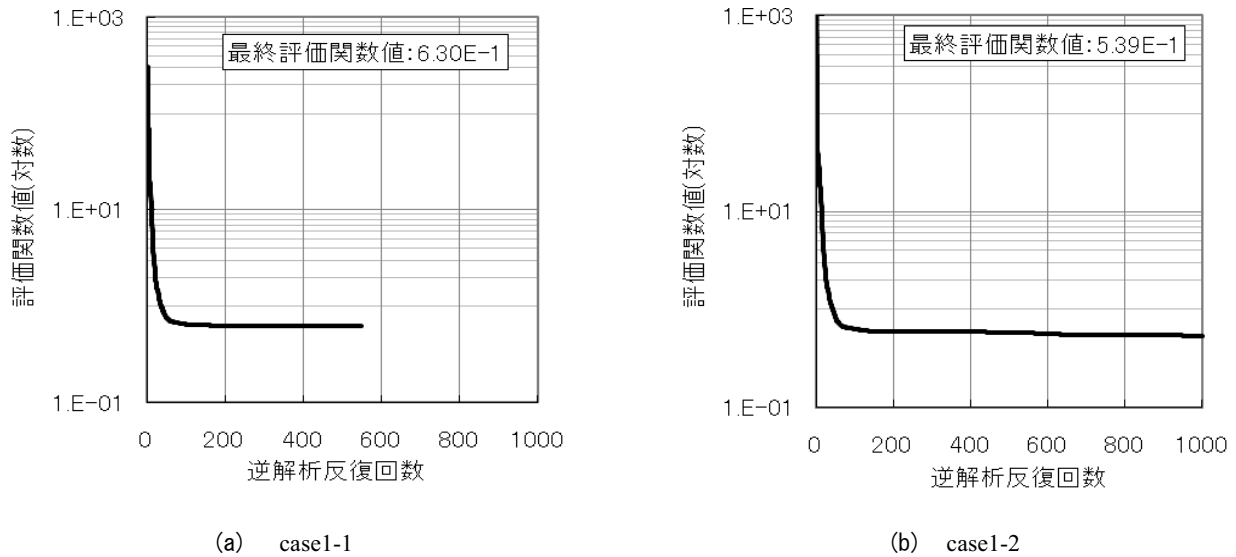


図-6 case1 の逆解析反復に伴う評価関数値

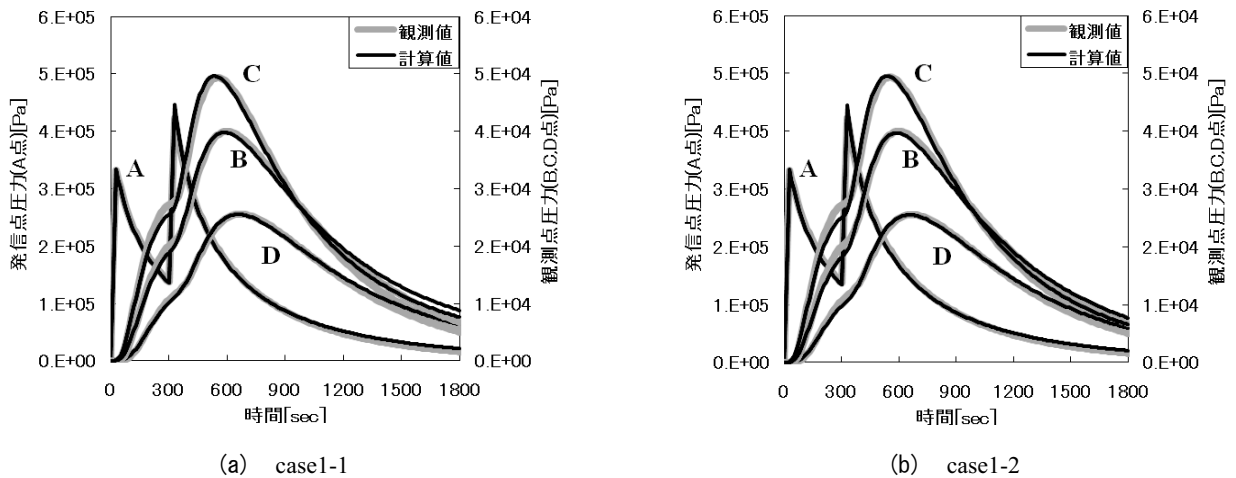


図-7 case1 の圧力マッチング結果

## 5. 結果と考察

### 5.1 境界条件逆解析プログラムの有用性評価

case1-1・case1-2 の逆解析反復に伴う評価関数値を図-6(a)(b)に、それぞれの逆解析結果を用いた圧力マッチング結果を、A点発信を例として図-7(a)(b)に示す。なお、図-7(a)(b)における圧力値は1800秒まで示している。両者の結果を比較すると、case1-1では逆解析反復500回ほどで計算が終了しているが、case1-2では逆解析反復1000回まで順調に計算が行われた。case1-1のような計算の途中終了は、モデル誤差が大きいことにより正確な微分値の計算が困難になり生じると考えられる。さらに、計算が終了したときの評価関数値(最終評価関数値)も、case1-1に比べcase1-2のほうが低くなった。一方、圧力マッチング結果を比較すると、1200秒までは両者とも観測値によく一致しているが、1200秒以降は、case1-1に比べcase1-2のほうが計算値と観測値の誤差が小さかった。これらのことから、

境界条件パラメータを未知とすることにより、モデル誤差を軽減させ、より精度の高い逆解析が実施できていると考えられる。同様に、case2-1・case2-2の逆解析反復に伴う評価関数値を図-8(a)(b)に、それぞれの逆解析結果を用いた圧力マッチング結果を、A点発信を例として図-9(a)(b)に示す。両者の結果を比較すると、case1-1・case1-2の結果と同様に、case2-1では逆解析反復500回ほどで計算が終了しているが、case2-2では逆解析反復1000回まで計算が行われた。

以上より、実験上は既知とできそうなケースであったとしても境界条件を未知とすることがモデル誤差を解消する上で効果的であり、作成した境界条件逆解析プログラムが有用であると考えられる。

### 5.2 未知境界条件パラメータによる最終評価関数値の低下量と未知パラメータ推定値の評価

境界条件パラメータを未知とすることによる最終評

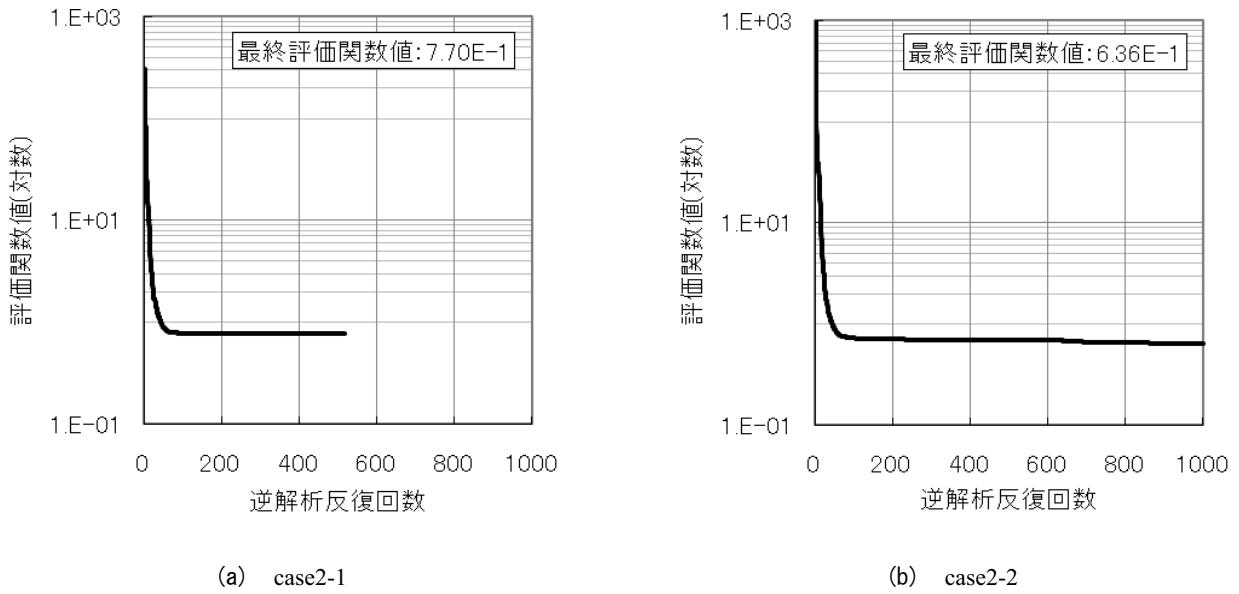


図-8 case2 の逆解析反復に伴う評価関数値

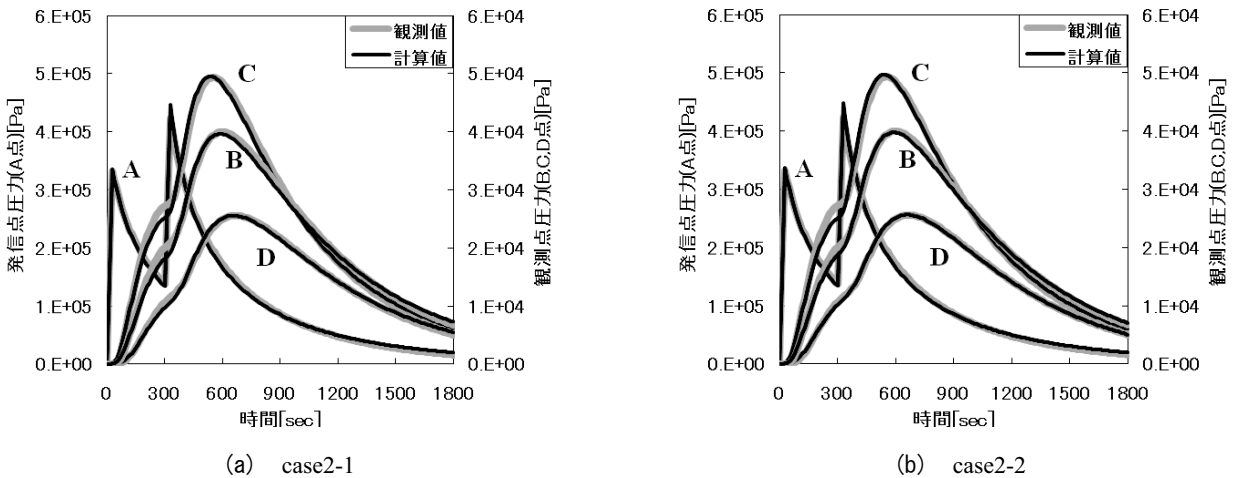


図-9 case2 の圧力マッチング結果

価関数値の低下量について、case1 と case2 を比較した。それぞれの最終評価関数値の低下量を表-2 に示す。表-2 より、case1 に比べ、case2 のほうが、最終評価関数値の低下量が大きくなっていることがわかる。このことから、計測データのうち 1200 秒以降の圧力値が、境界条件パラメータを未知とした逆解析における圧力マッチングに影響を及ぼしていると考えられる。すなわち、

表 - 2 入力データの違いによる最終評価関数値の低下量

	境界条件パラメータ		最終評価関数値 の低下量
	既知	未知	
case1 の 評価関数値	0.630 (case1-1)	0.539 (case1-2)	0.091
case2 の 評価関数値	0.770 (case2-1)	0.636 (case2-2)	0.134

より長い計測時間においては、境界条件を未知とすることの効果により顕著になることを示している。

また、表-3 に case1-2 および case2-2 の結果、推定された各側面の  $\alpha$ 、 $\beta$  の最終推定値を示す。CD 面および AB 面の  $\alpha$  や、BD 面の  $\beta$  など、case2-2 の方がより実験条件に近い推定値となっていることがわかる。このことから、より長時間のデータが境界条件パラメータを未知とすることにより生かされていることが推察される。

表 - 3 逆解析による境界条件パラメータの最終推定値

		BD	AC	CD	AB
case1-2	$\alpha$	1.0	0.0	0.1228	0.1126
	$\beta$	149563	94997	99999	100031
case2-2	$\alpha$	1.0	0.0	0.0678	0.0928
	$\beta$	7669.6	99948	99992	99999

## 6. 結論

物性値である浸透率と同時に、境界条件を表すパラメータ( $\alpha$ ,  $\beta$ )を未知として扱うことのできる逆解析プログラムを作成した。さらに、砂岩平板モデルを用いた室内エアパルス試験により得られた圧力データを用いて、境界条件パラメータを既知もしくは未知とした逆解析を行い、両者の結果を比較することによって、作成した逆解析プログラムの有用性を検討した。その結果、境界条件パラメータを未知として逆解析を行うことによって、より観測値に近い圧力挙動を求めることができ、作成した境界条件逆解析プログラムの有用性が示された。さらに、より境界の影響を表すような長時間の計測データが、境界条件パラメータを未知とした逆解析における圧力挙動マッチングおよび境界条件推定結果に影響を及ぼす可能性が示された。

## 謝辞

解析コードの一部に、登坂博行博士(東京大学工学研究科)作成のマトリックスソルバーを使用しました。記して謝意を表します。

## 参考文献

- 1) Masumoto,K.,Tosaka,H.,Ito,K. and Otsuka,Y.:New Measuring System and High Speed Three Dimensional Inversion Method for Hydropulse Tomography.,Proc.International Congress on Rock Mechanics,ISRM,pp.847-850,1995.
- 2) 増本清, 登坂博行, 小島圭二: ハイドロパルスTomography—岩盤内の3次元透水性分布を描き出す技術—, 地下水技術, Vol.37, No.6, pp.11-23, 1995.
- 3) 増本清, 登坂博行, 小島圭二: ハイドロパルスTomography技術による多孔質媒体不均質性の逆同定, 東京大学工学部総合試験所年報, Vol.55, pp.193-198, 1996.
- 4) 増本清, 登坂博行: 実スケールモデルによる地下水理逆解析結果の信頼性評価ケーススタディ, 地盤工学シンポジウム, 2003.
- 5) 増本清, 錦織信吾: 室内エアパルステストによる浸透特性逆解析の信頼性評価の試み, 地盤と建設, Vol.21, No.1, pp.115-120, 2003.
- 6) 増本清, 登坂博行, 小島圭二: 多点非定常圧力とその時間変化率の同時自動マッチングによる岩盤水理特性逆解析—3次元基本アルゴリズムの開発—, 日本地下水学会誌, 第40巻, 第3号, 273-287, 1998.
- 7) W.H.Chen and J.H.Seinfeld: Estimation of the Location of the Boundary of a Petroleum Reservoir, Soc.Pet.Eng.J, 15(2), 19-38,1975.
- 8) M.I.Jyrkama and J.F.Sykes: Sensitivity and Uncertainty Analysis of the Recharge Boundary Condition, Water Resources Research, vol.42, W01404, 2006.
- 9) 増本清, 永井康介: 室内空気圧入試験データによる不均質浸透特性における境界条件設定の影響, 地盤と建設, Vol.23, No.1, pp.79-84, 2005.
- 10) Ne-Zheng Sun: Inverse Problems in Groundwater Modeling, Kluwer Academic Publishers, 103-140, 1994.
- 11) 増本清, 細谷真一: 孔間透水試験データの3次元非定常逆解析によるグラウト効果判定の試み, 第47回地盤工学シンポジウム論文集, 地盤工学会, 287-294, 2002.
- 12) Khalid Aziz. and Antonin Settari.: Petroleum Reservoir Simulation, Applied Science Publishers LTD, 69-75, 213-219, 1979.

(2009年6月29日 受付)