

Drained Deformation Characteristics of Anisotropically Consolidated clay
and Application of Multi-Surface Model.

森 脇 武 夫* (Takeo Moriwaki)

木 口 基** (Motoi Kiguchi)

網 干 寿 夫*** (Hisao Abooshi)

キーワード：異方性／三軸圧縮試験／土の構成式／粘性土／排水せん断／変形／飽和土 (IGC:D6)

1. まえがき

近年の大型コンピュータの著しい発達と有限要素法に代表される数値計算法の進歩によって、これまでは不可能であった複雑な構成式を用いた地盤の挙動解析が容易に行えるようになってきた。そのため、土の構成式に関する研究は、室内の要素試験結果を忠実に再現できるような構成式を構築し、土そのものの特性を把握するといった学問的な面ばかりでなく、実用的な面からも重要なものとなつている。現在、土の構成式は多種多様なタイプのものが提案されているが、その多くは弾塑性理論に基づくものである。そして、これらの構成式の大部分はRoscoeらの提案したCam-Clay理論で代表されるように等方圧密された正規圧密粘土を対象として構築されたものである。

しかし、実際の地盤、特に堆積過程を経て形成されることの多い軟弱粘土地盤では、通常、異方応力状態で圧密が進行しているのが普通で、このような異方圧密粘土の挙動解析に、等方圧密粘土を対象として構築されたCam-Clayモデルを適用すると種々の問題が生じることは従来より指摘されている。¹⁾ 特に、せん断方向が反転する場合は、これらの等方硬化型の構成式では定性的にもその挙動の表現が困難である。そこで、これらの点を改善するために降伏曲面および塑性ポテンシャル曲面を異方圧密経路(異方圧密軸と呼ばれることが多い)に沿って移動・回転させるなどして対処する方法などが考えられているが、^{1), 2), 3)} 異方圧密軸の取り方など未解明な点も多く、必ずしも満足いくものとは言えない。

そこで本研究では、異方圧密粘土に対する構成式を構築する際の基礎となる変形特性を明らかにするために、所定の応力比で異方圧縮された応力点から様々な方向の応力経路を与えるStress Probe試験を実施した。このとき、有効応力とひずみの関係を直接明らかにするために、漸増減荷装置を用いて過剰間隙水圧が十分消散できるような荷重速度で排水試験を行った。そして、得られた実験結果を基に異方圧密粘土の変形特性を考察するとともに、これらの特性を表現できる構成式を提案する。

2. 実験方法

2.1 試料および実験方法

実験に用いた試料は、広島湾から採取した自然粘性土で、通称広島粘土と呼ばれているものである。この粘土に水道水を加え十分に攪拌した後、420 μ mふるいを通し貝片等を取り除き、十分脱気した後、予圧密セルに導き、約0.5kgf/cm²(49kPa)の鉛直応力に加え、約2週間、一次元圧密を行った。表-1に広島粘土の物理的性質を示す。このようにして予圧密した粘土試料から直径3.5cm、高さ8.0cmの円柱形供試体を作成し、

* 広島大学 工学部 第四類(建設系) 助手 ** 広島大学 大学院 工学研究科
*** 広島大学 工学部 第四類(建設系) 教授

供試体にスリットを付けたペーパードレーン用紙を二重に巻き、脱気水中で厚さ0.2mmのメンブレンを被せ、三軸セルにセットした。供試体両端面には摩擦の影響を軽減させるためにシリコングリースを塗布したメンブレンを置いている。

軸圧は漸増減荷装置によって調整された空気圧を復動式のパロフラムシリンダーを介して与えられ、載荷ピストンに取り付けられたロードセルで測定された。側圧は漸増減荷装置によって調整された空気圧をセル内の脱気水の水压に変換して与えられ、ひずみゲージタイプの水压計で測定された。供試体からの排水量はペーパードレーンを介してビューレットで、軸方向変位はダイヤルゲージで、供試体底面中央部の間隙水压はひずみゲージタイプの水压計で測定された。軸圧と側圧は、異方圧縮中、応力比が常に一定で、載荷速度が0.5kgf/cm²/day(49kPa/day)となるように漸増減荷装置によって調整されている。このとき過剰間隙水压が十分消散していることが絶えず確認されている。なお、実験は全て1.0kgf/cm²(98kPa)のバックプレッシャーのもとで行った。

表-1 広島粘土の物理的性質

液性限界 L.L (%)	塑性限界 P.L (%)	塑性指数 P.I (%)	比重 Gs	三角座標による分類
66.3	35.0	31.3	2.68	シルト質粘土

2.2 実験の種類

本研究で行ったStress Probe試験では、図-1に示すように3つの異なる応力点

・ Case-I

A (p=2.0kgf/cm²(196kPa), q=0.75kgf/cm²(73.5kPa))

・ Case-II

B (p=2.0kgf/cm²(196kPa), q=1.50kgf/cm²(147kPa))

・ Case-III

C (p=2.0kgf/cm²(196kPa), q=2.25kgf/cm²(220.5kPa))

まで応力比一定で漸増異方圧縮し、24時間静置した後、以下の5つの異なる応力経路を与えた。

- ・ 経路①； p…一定、q…増加
- ・ 経路②； p…減少、q…一定
- ・ 経路③； p…減少、q…減少
- ・ 経路④； p…一定、q…減少
- ・ 経路⑤； p…増加、q…一定

また、実験は経路①と②では破壊するまで、経路③で

は p = 0.1kgf/cm²(9.8kPa)まで、経路④では q = 0まで、経路⑤では p = 3.0kgf/cm²(294kPa)まで行った。

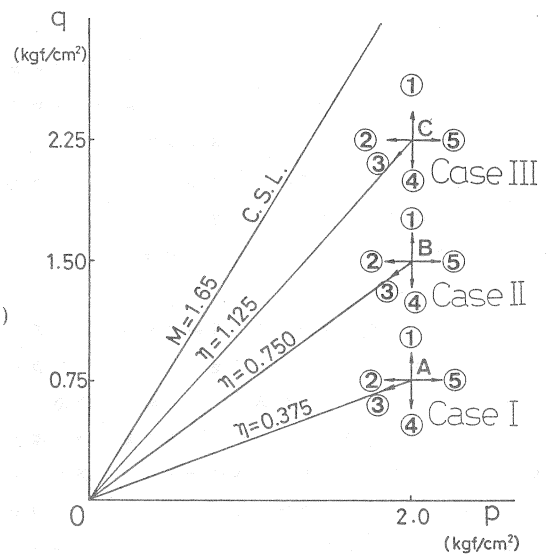


図-1 応力経路

2.3 応力およびひずみパラメータ

本研究で用いる応力パラメータは、平均有効応力 p、主応力差 q、応力比 η であって、次式で定義される。

$$p = \frac{(\sigma_a' + 2 \cdot \sigma_r')}{3}, \quad q = \sigma_a' - \sigma_r', \quad \eta = \frac{q}{p} \tag{1}$$

ここで、σ_a' と σ_r' は有効軸圧と有効側圧である。

ひずみパラメータは、体積ひずみ ν、せん断ひずみ γ であって、次式で定義される。

$$\epsilon_a = \ln\left(\frac{H_0}{H}\right), \quad \nu = \ln\left(\frac{V_0}{V}\right), \quad \gamma = \epsilon_a - \frac{\nu}{3} \tag{2}$$

ここで、 e_a は供試体軸方向ひずみ（自然ひずみ）であり、 H_0 と H は初期および試験中の供試体の高さであり、 V_0 と V は初期および試験中の供試体の体積である。

また、ひずみにおいて上添字 e は弾性成分を、 p は塑性成分を示す。

3. 実験結果と考察

3.1 $e \sim \log p$ 関係

Case-I、II、IIIにおける $e \sim \log p$ 関係を図-2~4に示す。各Caseとも供試体によって間隙比 e に若干のばらつきがあるため、これらの図では Stress Probe 開始時（点A、B、C）の間隙比 e が等しくなるように、各Caseごとに平均的な間隙比 e に平行移動させて示している。また、 $p=2.0 \text{ kgf/cm}^2$ (196kPa) で見られる間隙比 e の減少は24時間静置した時のクリープの影響である。

これらの図において正規圧密領域の $e \sim \log p$ 曲線は、従来より指摘されているように、ほぼ直線となり、その傾きで表わされる圧縮指数 C_c の値も応力比 η の違いにかかわらずほぼ等しい値となるとともに、応力比 η が大きいほど下方に位置している。

一方、応力点A、B、Cまで圧縮した経路と同じ経路で除荷する経路③の $e \sim \log p$ 曲線は、直線で近似するにはかなり無理があり、下に凸な曲線となっている。また、膨潤指数 C_s として表わされるこの曲線の傾きも、わずかではあるが応力比 η とともに大きくなる傾向が認められる。

経路①は、wet 側から限界状態線（CSL）に近づき、破壊する経路であり、この経路で生じる間隙比 e の変化は平均有効応力 p が一定であるためダイレイタンスーだけによるものである。また、ダイレイタンスー量は応力比 η の変化に比例するとされており、本実験でも破壊までの応力比 η の変化が大きいCase-Iの方がCase-IIIより間隙比 e の減少が大きくなっている。

経路②は、Cam-Clay理論では弾性的挙動を仮定している降伏曲面の内側へ向かう経路であり、経路③と同じ弾性壁（elastic wall）内を進むはずである。しかし、図から明らかなように、経路②はStress Probe開始後すぐに経路③から離れており、弾性壁内を進んでいるとは言い難い。

経路④は、経路②と同様に弾性的挙動を仮定している降伏曲面の内側へ向かう経路であり、平均有効応力

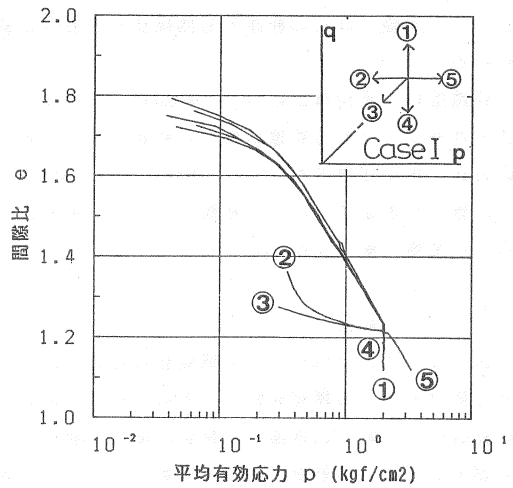


図-2 $e \sim \log p$ 曲線 (Case-I)

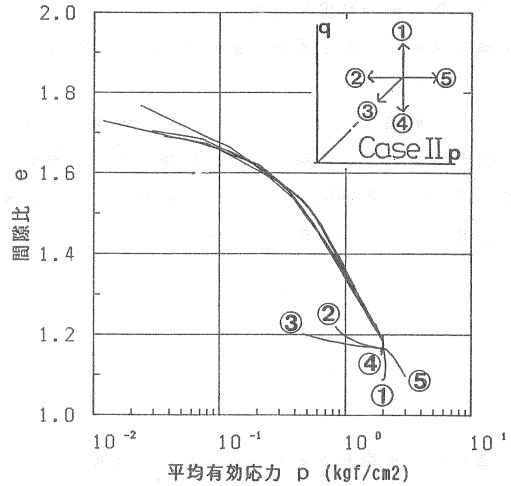


図-3 $e \sim \log p$ 曲線 (Case-II)

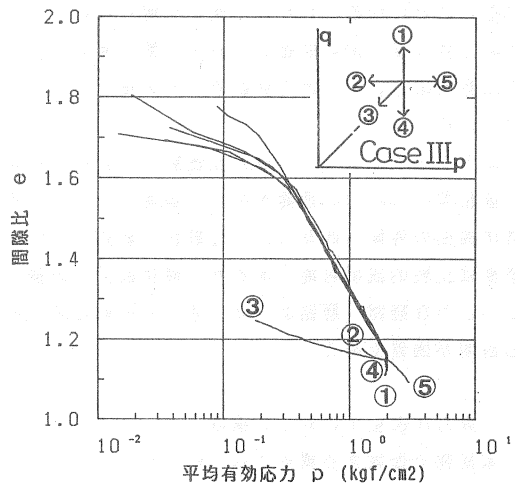


図-4 $e \sim \log p$ 曲線 (Case-III)

pが一定のため、間隙比eは変化しないはずである。しかし、実際にはこの経路でも間隙比eの減少が認められる。

経路⑤は、平均有効応力pの増加にともなって応力比qが減少し、等方状態へ向かう経路である。従って、応力比一定で圧縮された $p = 2.0 \text{ kgf/cm}^2$ (196kPa) までの直線上を進まず、右方へ移動しており、最終的には等方圧密線へ漸近するものと考えられる。

3.2 ひずみ経路

図-5~7はStress Probe開始後の体積ひずみ ν とせん断ひずみ γ の関係を示したものである。経路①と経路⑤は、Cam-Clay理論では降伏曲面の外側へ向かう経路である。この経路のひずみ挙動は、Cam-Clay理論を用いて説明できるように、Stress Probe開始時およびその後の応力状態に依存し、応力比qが大きいほど体積ひずみ ν に対するせん断ひずみ γ の割合が大きくなっている。

一方、経路②、③、④は、Cam-Clay理論では弾性的挙動を仮定している降伏曲面の内側へ向かう経路である。そこで、弾性則としてHooke 則を用いると体積ひずみ増分 $d\nu$ とせん断ひずみ増分 $d\gamma$ は

$$d\nu = \frac{3 \cdot (1 - 2 \cdot \nu)}{E} \cdot dp \quad (3.a)$$

$$d\gamma = \frac{2 \cdot (1 + \nu)}{3 \cdot E} \cdot dq \quad (3.b)$$

と表わせ、平均有効応力pが一定なら体積ひずみ ν は生じなく、主応力差qが一定ならせん断ひずみ γ は生じないことになる。しかし、図から明らかのように、主応力差qが一定の経路②でもせん断ひずみ γ が生じ、平均有効応力pが一定の経路④でも体積ひずみ ν が生じている。

以上で示したように、異方圧密粘土の変形特性を等方硬化型のCam-Clay理論を用いて説明しようとする、降伏曲面の外側へ向かうような経路（経路①と⑤）の挙動は比較的説明可能であるが、降伏曲面の内側へ向かうような経路（経路②、③、④）の挙動は定性的にも説明が困難である。

4. 異方圧密粘土に対する構成式

本研究で提案する構成式は、Mroz⁴⁾、Prevost⁵⁾によって提案されている塑性硬化係数場モデル、および

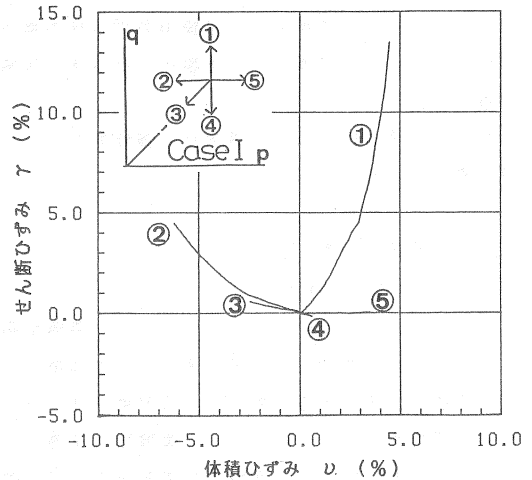


図-5 ひずみ経路 (Case-I)

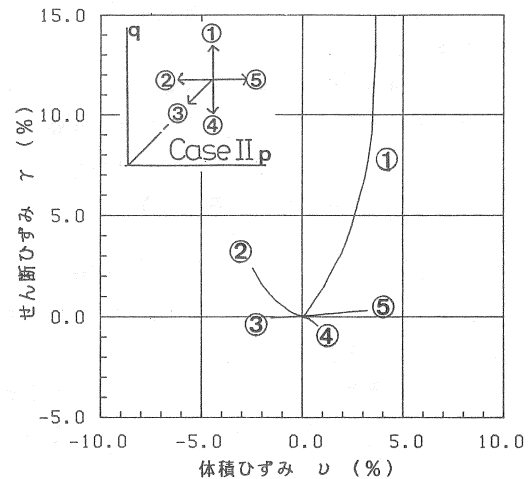


図-6 ひずみ経路 (Case-II)

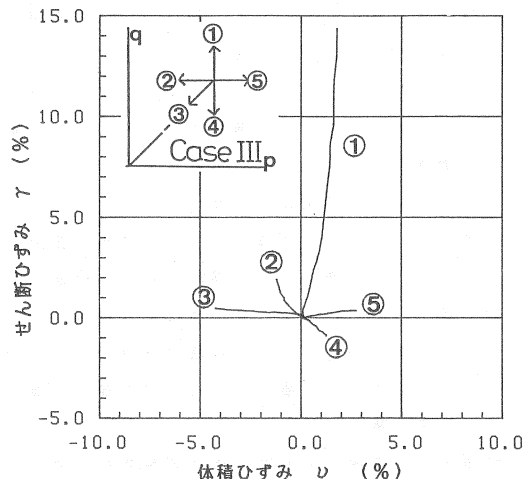


図-7 ひずみ経路 (Case-III)

Hroz⁶⁾らによって提案されている境界曲面モデルを参考にした複数の負荷曲面を持つ多曲面モデルである。このモデルでは、等方圧密された正規圧密粘土の変形特性を比較的良好に表わしているとされる修正Cam-Clayモデルをベースとし、新たに増えるパラメータを最小限に抑え、従来から使用されてきたパラメータがそのまま使えるように配慮している。

4.1 負荷曲面

このモデルでは、塑性変形を生じせしめる応力空間を規定する負荷曲面と塑性ポテンシャル曲面とが一致するとする関連流れ則を採用し、弾性域を規定する降伏曲面は無限小の大きさに縮小しており、弾性成分は事実上ないものとしている。そして、これまでは弾性域とされてきた負荷曲面の内側にも除荷経路に対する負荷曲面を考え、塑性ひずみを考慮しようとするものである。負荷曲面 f_i は、

$$f_i = (p - \alpha_{pi})^2 + \frac{(q - \alpha_{qi})^2}{M^2} - a_i^2 = 0 \quad (4)$$

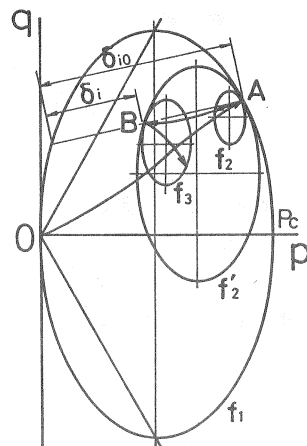


図-8 負荷曲面

と表わされるものと仮定する。図-8に示すように、まず最初の正規圧密状態では、第一の負荷曲面 f_1 が塑性変形によって拡大する。この場合、 $\alpha_{q1} = 0$ 、 $\alpha_{p1} = a_1 = p_c / 2$ とすれば、修正Cam-Clayモデルの負荷曲面（修正Cam-Clayモデルでは降伏曲面と負荷曲面が一致している）と一致する。そして、この負荷曲面 f_1 に対して点Aで除荷となるような経路が与えられると、負荷曲面 f_1 の内側に新たに除荷経路に対する負荷曲面 f_2 が形成され、点Aで負荷曲面 f_1 に内接しながら拡大していく (f_2')。さらに、負荷曲面 f_2' に対して点Bで除荷となるような経路が与えられると今度は負荷曲面 f_2' の内側にまた新たな負荷曲面 f_3 が形成され、点Bで負荷曲面 f_2' に内接しながら拡大すると考える。そして、塑性ひずみ増分の方向は関連流れ則を採用することによって、それぞれの負荷曲面の法線方向として次式で与えられる。

$$\left(\frac{d\gamma}{d\nu} \right)_p = \frac{1}{M^2} \cdot \frac{(q - \alpha_{qi})}{(p - \alpha_{pi})} = \frac{\xi_i}{M^2} \quad (5)$$

ここで、 $\xi_i = (q - \alpha_{qi}) / (p - \alpha_{pi})$ と定義する。

4.2 硬化パラメータ

このモデルでは、全ての負荷曲面において $(d\gamma/d\nu) =$ 一定の変形が生じるとき、すなわち等方圧密や一次元圧密での載荷・除荷・再載荷の際に

$$d\nu = K \frac{d p}{p} \quad (6)$$

なる関係が成立するものとする。ここで、 K は硬化係数である。

このような場合には、本モデルでは弾性成分を考慮していないため、式(5)より $\xi_i =$ 一定の圧縮ということがができる。従って、若干の演算の後、負荷曲面の大きさを表わす硬化パラメータ a_i と塑性ひずみの関係は、

$$da_i = \frac{1}{2 \cdot k_i} \cdot \frac{a_i}{p - \alpha_{pi}} \cdot p \cdot d\nu \quad (7.a)$$

または、

$$da_i = \frac{1}{2 \cdot k_i} \cdot \frac{a_i}{q - \alpha_{qi}} \cdot \frac{M^2}{\xi_i^2} \cdot p \cdot d\gamma \quad (7.b)$$

として与えられる。

また、硬化係数 K_i は次式で与えられるものとする。

$$K_i = K_{i-1} + \left(\frac{\kappa}{(1+e_0)} - K_{i-1} \right) \cdot \left(\frac{\delta_i}{\delta_{i0}} \right)^\beta \quad (8)$$

ただし、 $K_i = \lambda / (1+e_0)$ であり、 δ_i と δ_{i0} は図-8 に示すように負荷曲面の拡大の程度を表わすものである。また、係数 β は前述した膨潤曲線の湾曲を表わすものである。

4.3 応力～ひずみ関係式

塑性論によれば、塑性ひずみ増分 $d\varepsilon_{k1}^p$ は次式によって与えられる。

$$d\varepsilon_{k1}^p = \Lambda \cdot \frac{\partial g}{\partial \sigma_{k1}} \quad (9)$$

ここで、 g は塑性ポテンシャル関数である。また、 Λ は正のスカラーパラメータで、Pragerの適合条件則によって次式で決定される。

$$\Lambda = \frac{-\frac{\partial f_i}{\partial \sigma_{nn}} \cdot d\sigma_{nn}}{\left(\frac{\partial f_i}{\partial \varepsilon_{k1}^p} + \frac{\partial f_i}{\partial a_i} \cdot \frac{\partial a_i}{\partial \varepsilon_{k1}^p} \right) \cdot \frac{\partial g_i}{\partial \sigma_{k1}}} \quad (10)$$

本研究では、弾性成分は存在せず、負荷曲面と塑性ポテンシャル曲面が一致する関連流れ則を仮定しているため、式(9)と(10)に式(4)で示した負荷曲面と式(7)で示した硬化則を代入すれば、ひずみ増分は次式で与えられる。

$$d\nu = \frac{2 \cdot k_i \cdot \left(dp + \frac{\xi_i}{M^2} \cdot dq \right)}{p \cdot \left(1 + \frac{\xi_{i-1}^2}{M^2} \right) \cdot \left\{ 1 - \frac{p - \alpha_{pi}}{a_i} \cdot \frac{p_{i-1} - \alpha_{pi-1}}{a_{i-1}} \cdot \left(1 + \frac{\xi_i \cdot \xi_{i-1}}{M^2} \right) \right\}} \quad (11)$$

$$d\tau = \frac{2 \cdot k_i \cdot \left(\xi_i \cdot dp + \frac{\xi_i^2}{M^2} \cdot dq \right)}{M^2 \cdot p \cdot \left(1 + \frac{\xi_{i-1}^2}{M^2} \right) \cdot \left\{ 1 - \frac{p - \alpha_{pi}}{a_i} \cdot \frac{p_{i-1} - \alpha_{pi-1}}{a_{i-1}} \cdot \left(1 + \frac{\xi_i \cdot \xi_{i-1}}{M^2} \right) \right\}} \quad (12)$$

ここで、 ξ_{i-1} は現在考えている負荷曲面 f_i と、そのひとつ前の負荷曲面 f_{i-1} が接している点 (p_{i-1}, q_{i-1}) と負荷曲面 f_{i-1} の中心点 $(\alpha_{pi-1}, \alpha_{qi-1})$ から、次式で求められる。

$$\xi_{i-1} = \frac{(q_{i-1} - \alpha_{qi-1})}{(p_{i-1} - \alpha_{pi-1})} \quad (13)$$

4.4 解析結果と考察

広島粘土に図-1で示したような本研究で行なった実験と全く同じ応力経路が与えられた場合の挙動を、提案するモデルを用いて解析する。その際に使用されるパラメータは表-2に示すとおりである。

表-2 解析に用いたパラメータ

λ	κ	κ/λ	M	β
0.2464	0.0200	0.081	1.65	0.05

経路②での破壊は、Hvorslev面を考慮する必要があるが、Hvorslev面のパラメータを決定するのは容易でないため、本解析では便宜的に限界状態線よりdry側の負荷曲面を用いて解析している。解析では、経路①、②、④は破壊するまで、経路③と⑤は、平均有効応力 p がそれぞれ 0.1 kgf/cm^2 (9.8 kPa) と 3.0 kgf/cm^2 (294 kPa)

となるまで計算している。また、実験における各経路の後半では実験装置等の制約から与えられた経路の条件を守ることが困難な場合があるため、解析結果の図には与えられた経路の条件が守られている範囲のデータだけがプロットしてある。従って、経路②では完全に破壊してはならず、経路④では主応力差 q がゼロとなるまでのデータである。

図-9~11は、Stress Probe開始後の体積ひずみ v とせん断ひずみ γ の関係を提案するモデルを用いて解析した結果を示したものである。経路①と⑤は、第一の負荷曲面の外側へ向かう経路である。このモデルでは第一の負荷曲面に修正Cam-Clayモデルの降伏曲面を用いているため、これらの経路の解析値は修正Cam-Clayモデルを用いて解析したものと同一ものとなっている。これらの図の解析値と実験値を比較すると、経路①では同じ体積ひずみに対するせん断ひずみ γ の割合が解析値の方が実測値より若干小さくなる傾向にあり、経路⑤では逆の傾向が認められる。これは、第一の負荷曲面の外側へ向かう経路（正規圧密領域）においても、修正Cam-Clayモデルを用いた解析では実際の挙動を忠実に表現できず、修正Cam-Clayモデルの負荷曲面の関数形を変更するか、非関連流れ則を採用するか、何らかの修正が必要なことを物語っている。しかし、本研究では、負荷曲面の内側へ向かう経路の挙動を忠実に表現することを主目的としているため、負荷曲面の外側へ向かう経路に関するものは別の機会に譲り、ここでは議論しないことにする。

経路②は負荷曲面の内側へ向かう経路であり、弾性則によればせん断ひずみ γ は生じない。しかし、本モデルを用いた解析では、図に示すようにせん断ひずみ γ が発生し、同じ体積ひずみに対するせん断ひずみ γ の割合も応力比 q とともに大きくなるなど、実験値の挙動をかなり忠実に表現している。

経路③は圧縮された経路と全く同じ経路を除荷するものであり、弾性則によれば負のせん断ひずみ γ が生じるはずである。しかし、解析値ではせん断ひずみ γ は生じておらず、実験値の挙動とほぼ一致している。

経路④も負荷曲面の内側へ向かう経路であり、弾性則によれば体積ひずみ v は生じない。しかし、本モデルを用いて解析すると、体積ひずみ v が生じるとともに、同じ体積ひずみに対する負のせん断ひずみ γ の割合も応力比 q が小さくなるほど大きくなり、実験で得られた傾向とよく一致している。

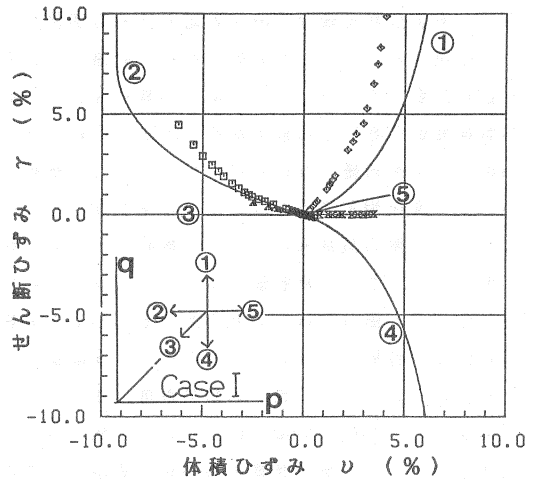


図-9 ひずみ経路 (Case-I)

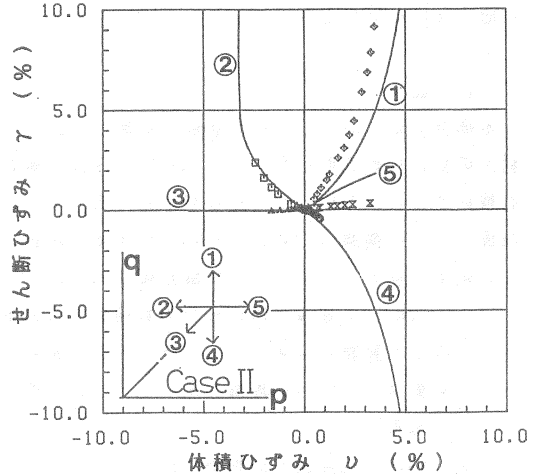


図-10 ひずみ経路 (Case-II)

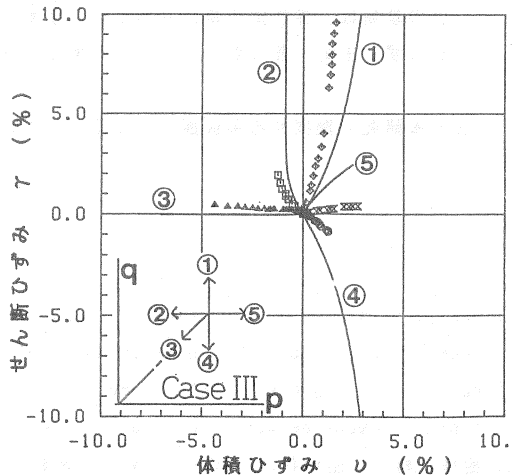


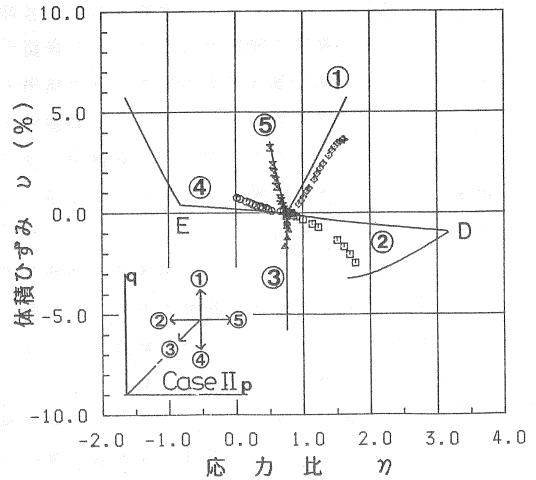
図-11 ひずみ経路 (Case-III)

図一12と13は、Stress Probe開始後の体積ひずみ ρ 、およびせん断ひずみ γ と応力比 η の関係をCase IIを例にとって示したものである。経路②と④で解析値が急変する点DとEは、第二の負荷曲面から第一の負荷曲面へ移行する点である。本来、経路②では、Hvorslev面を考慮しなければならないが、本解析ではHvorslev面を規定するパラメータの決定が容易でないため、dry側の負荷曲面を用いて解析している。図から明らかなように、解析値は主応力差 q が一定にもかかわらずせん断ひずみ γ の発生を予測するなど実験値の傾向と定性的に一致しているものの、実験値よりかなり大きな応力比 η で第一の負荷曲面に達している。このように、Hvorslev面の代わりにdry側の負荷曲面を用いると、dry側の挙動をある程度表現できるが、より精度よい解析を行なおうとすると、Hvorslev面を考慮しなければならない。

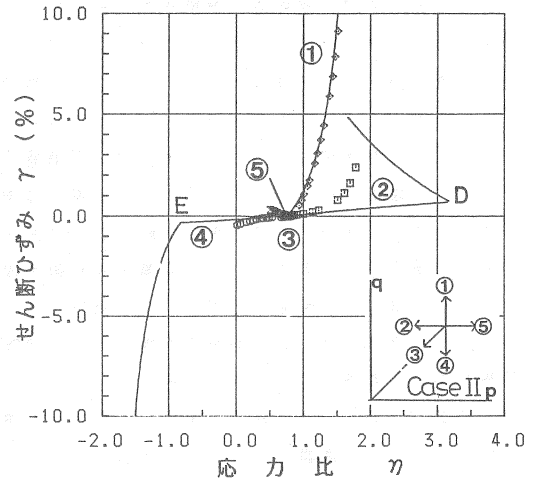
5. 結論

本研究では、Stress Probe試験を実施し、異方圧密粘土の変形特性を明らかにし、Cam-Clay理論の適合性を検討するとともに、その特性を忠実に表現できる多曲面モデルを構築し、異方圧密粘土の挙動を解析した。その結果、以下に示すような結論が得られた。

- (1) Cam-Clay理論で用いられる負荷曲面の外側へ向かう経路が与えられたときの異方圧密粘土の挙動は、Cam-Clay理論を用いても十分説明可能である。
- (2) Cam-Clay理論で弾性的挙動を仮定している負荷曲面の内側へ向かう経路における異方圧密粘土の挙動は、弾性則で規定するような挙動とはならず、主応力差 q が一定でもせん断ひずみ γ が生じ、平均有効応力 p が一定でも体積ひずみ ρ が生じる。
- (3) 本研究で提案する多曲面モデルは、このような異方圧密粘土の挙動を忠実に表現することができる。



図一12 体積ひずみと応力比 (Case II)



図一13 せん断ひずみと応力比 (Case II)

参考文献

- 1) Sekiguchi, H. and Ohta, H. (1977) : "Induced anisotropy and time dependency in clay," Proc., 9th ICSMFE, Tokyo, Specialty session No.9, Constitutive equations of soils, pp.163-175.
- 2) Matsui, T. and Abe, N. (1981) : "Multi-dimensional elasto-plastic consolidation analysis by finite element method." Soils and Foundations, Vol.21, No.1, pp.79-95.
- 3) 池浦 勲・三田地利之 (1986) : 異方圧密粘土の応力～ひずみ関係に及ぼす応力経路の影響、土質学会論文報告集、Vol.26, No.3, PP.157-168.

異方圧密粘土の排水変形特性と多曲面モデルの適用性

- 4) Mroz, Z. (1967) : "On the discription of anisotropic work hardening," *Jornal of the Mechanics and Physics of solids*, Vol.15, pp.163-175.
- 5) Prevost, J.H. (1978) : "Plasticity theory for soil stress-strain behavior," *Jornal of the engineerig mechanics division, ASCE*, Vol.104, EM5, pp.1177-1194.
- 6) Mroz, Z., Norris, V.A. and Zienkiwicz, O.C. (1979) : "Application of an anisotropic hardening model in the analysis of elasto-plastic deformation of soils," *Geotechnique* 29, No.1, pp.1-34.