

地盤の非線形性を考慮した杭に支持された構造物の設計法

Design Method of Pile-Supported Structures in Nonlinearly Responsive Soil

熊本 直樹* (Naoki Kumamoto)
 宮越 一郎* (Ichiroh Miyakoshi)
 吉森 幸浩** (Yukihiro Yoshimori)

この報文は、横荷重が作用する杭に支持された構造物を、規準類に準拠して設計・計算する方法を紹介するものである。この方法では、杭部については米国石油協会のルールにあるような非線形の $p-y$ 曲線法も採用でき、上部構と下部構を同時に計算する。計算手段は有限要素法による立体骨組構造解析を主体とするもので、収束した解を得るまでは凝縮した剛性方程式を解くことを特徴とする。

本文では、軸直角方向に力が作用する杭の計算方法を概観し、そのあと、ここで紹介するプログラム内で生成する米国石油協会、ノルウェー船級協会などの $p-y$ 曲線の概要を説明した。次に、計算フローを紹介し、非線形計算方法については数式で説明した。なお、計算例としては、港研方式と本プログラムによる計算値の比較、実測値との比較例、ドルフィン¹⁾の計算例を示した。

キーワード：基準，基礎，杭，地盤係数，水平荷重，深い基礎，有限要素法 (IGC: E 4 / H 3)

1. まえがき

海洋に設置される大型ジャケット構造物や港湾構造物などのように、杭で支持されて大きな横方向力が作用する構造物は枚挙に暇がない。この種の構造物を設計する場合、わが国では発注形態の都合で上部構と下部構を別に設計する例が多く、最初に上部構の検討を行い、その結果として各杭に作用する鉛直力、水平力、曲げモーメントを算定し、それに基づいて杭の設計を行うという方法がとられることが多い。一方、石油生産用の大型ジャケット構造物では、より合理的な設計を行うために、上部構と下部構を一体化して計算する、あるいは両者のたわみ角の連続性が成立するまで繰り返し計算を行う、などの方法がとられることがある。

いずれにしても、杭部に関しては「杭の軸直角方向支持力」などとして、各種規準類に設計手順が規定されている。これらの多くは弾性支承上の梁として線形計算するものであるが、国内では「港研方式」¹⁾と呼ばれるもの、国外では米国石油協会の方法のように、地盤反力と変位との関係に非線形性を導入したもの²⁾などもある。

著者らは国外の杭基礎を含む工事に関係する機会が多く適用するその規準類が多岐に亘ること、また、海洋構造物や港湾構造物などのように、杭頭の変位が通常の陸上構造物よりはるかに大きく、地盤反力 p と変位 y との関係に非線形性を考慮せざるを得ない構造物に関係する機会も多いことなどから、その非線形性を考慮して簡便に構造物を設計するツールの必要性を感じていた。さらには、上部構と下部構とを同時に設計する機会が多いので、地盤反力 p と変位 y との関係に非線形性をも含む各種規準類に対応でき、しかも上部構と下部構とを同時に計算する有限要素法によるプログラムを著者らは開発して、実務に使用している。

この報文では、同様の問題を扱う技術者の参考のために、各種規準類に準拠して計算をするために開発したプログラムのアルゴリズムと計算例のいくつかを紹介する。したがって、以下は杭の横抵抗メカニズムに関する新しい概念を提案するものではなく、また、各基準類が規定している方法の妥当性については議論しない。

* 三菱重工業(株) 広島研究所 鉄構・土木研究室

** (株)リョーセン エンジニアズ 技術計算センタ 構造解析チーム

2. 軸直角方向に力が作用する杭の考え方³⁾

杭頭に静的集中水平力が作用する単杭を考える。この場合には杭周面に作用する土圧分布が変化するが、杭長単位長さ当たりのその合力を杭幅で割ったものが地盤反力 p で、力を面積で割った次元を持つ。杭の曲げ剛性を $E I$ とすれば、地盤反力 p を受ける杭の支配方程式は

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(E I \frac{d^2 y}{dx^2} \right) + p y = 0 \quad (2.1)$$

と表すことができる。ここで、 x は杭の軸に沿う座標であり、 y は x 軸に直交する方向の杭のたわみである。軸直角方向に力が作用する杭の挙動を推定するほとんどの手法が式(2.1)を用いており、地盤反力 p の考え方によりそれらは、①極限平衡法(極限地盤反力法)、②弾性地盤反力法、③複合地盤反力法、④杭-地盤相互作用法の4つに大別できる。極限平衡法では剛塑性バネを仮定しているものとする。前者3つは地盤を Winklerバネと考えていることになる。厳密にはこの Winklerモデルで地盤および地盤に接している構造物の挙動を表すことは不可能であるが、前述のように各種規準類、すなわち実務ではこの手法を便宜的に採用している。この報文で報告する計算方法はこの①、②、③の方法に対応できるものであり、以下にその3方法の概要を順次に示す。

2.1 極限平衡法

この方法は、地盤反力 p を杭のたわみ y とは無関係に、深さ x のみの関数として

$$p = P(x) \quad (2.2)$$

とおくもので、地盤の極限状態における地盤反力の分布形状を仮定し、杭に作用する外力との釣合から水平支持力を求めるものである。この方法としては、Engel-物部、Rase、岡部、Shitko、Broms の方法などがある。この方法は杭のたわみを無視しているので長杭に適用することは難しく、短杭、あるいはウェルやケーソンなどの検討手法として用いられている。

2.2 弾性地盤反力法

この方法では、地盤反力 p を深さ x と杭のたわみ y の関数として表し、

$$p = P(x, y) \quad (2.3)$$

とおく。すなわち、この方法は地盤を Winklerバネに置換する方法、つまり一つひとつのバネが独立して作用する離散型のバネを杭につけるものである。したがって、あるバネに力を加えるとそのバネのみが縮み、他のバネは全くその影響を受けないという性質を持ち、厳密には実際の地盤挙動を表すことができない。

弾性地盤反力法は、関数 $P(x, y)$ の取扱いでさらに次の3つに分類できる。

- ①線形弾性地盤反力法 ②非線形地盤反力法 ③ $p-y$ 曲線法

線形弾性地盤反力法は、地盤反力 p を

$$p = K(x)y \quad (2.4)$$

と、たわみ y の1次形とおくもので、 $K(x) = k$ (横方向地盤反力係数、定数)とおくChangの方法から、 $K(x) = kx$ とおくもの、 $K(x) = kx^m$ ($m \neq 0$)とおくものなど、多数提案されている。この方法は数学的取扱いが容易であるが、 p と y の関係が完全な直線となり、杭の載荷試験結果とは一般には一致しない。

非線形地盤反力法は、土の非線形性を考慮して、

$$p = K(x)y^n \quad (0 < n < 1) \quad (2.5)$$

とおくものである。港湾関係で用いられる港研方式では、 $n = 0.5$ とおいている。 $K(x)$ のとり方としては、深度方向に一定とするものや、深度方向に直線的に増加する形式のものなどがある。

$p-y$ 曲線法は、土質試験結果から任意の深さの地盤反力-変位関係 ($p-y$ 曲線) を推定し、式(2.1)を数値的に解くもので、Matlock⁴⁾、Reese-Cox⁵⁾ 等によって提案され、米国石油協会 (A P I) やノルウェー船級協会 (D N V) などのルールに採用されている。この方法は、地盤の非線形性、不均一性、地表面から始まる進行性破壊などを考慮するには便利であるが、 $p-y$ 曲線の推定法には問題点が残されている。また、Winklerモデル特有の不合理性はそのまま残っている。なお、A P I や D N V ルールでは、波浪によって載荷される構造物を対象としていることもあって、繰り返し載荷時の $p-y$ 曲線も規定してある。

2.3 複合地盤反力法

この方法は、変形の大きい地表面近くの地盤は塑性領域にあるものとして極限平衡法を、その下方の変形の小さい地盤は弾性領域にあるものとして線形弾性地盤反力法を適用するものであり、両者の組み合わせによって様々な方法が提案されている。この方法を多層地盤へ発展させると、 $p-y$ 曲線法と基本的には同一となる。

3. 開発したプログラム

開発したプログラムは、立体骨組構造解析をベースにし、非線形の Winklerバネを考慮できるようにしたものである。変位の増大にともなって軟化するものも含めて、任意の地盤反力 p -変位 y 関係をもつ Winklerバネを考慮できるが、API および DNV ルールに記載のものおよび p が y の 0.5 乗に比例する形式のものは、土質、载荷条件を与えることにより計算機内部で自動的に計算されるようにした。それ以外の $p-y$ 関係は、外部入力する。したがって基本的には、開発したプログラムは、第2章で説明した①極限平衡法（極限地盤反力法）、②弾性地盤反力法、③複合地盤反力法に対応することができる。以下にプログラムの概要を示す。

3.1 プログラム内部で自動的に生成する地盤反力 p -変位 y 関係

上述のように、API および DNV ルールに記載のものおよび p が y の 0.5 乗に比例する形式の $p-y$ 関係はプログラム内部で自動生成するようにし、それ以外のは外部入力することにした。以下に、内部生成する $p-y$ 関係の特徴を示す。

(1) API (RP2A) の方法

詳細は文献②あるいは文献④,5) に記載されており、その概要は以下のとおりである。すなわち、軟弱粘土に対しては、図3.1 に示す $p-y$ 曲線を生成する。ここで p_u は極限地盤反力で、 $x < x_R$ では式(3.1)を、 $x \geq x_R$ では式(3.2)を使用する。また、 x_R は式(3.3)で示す深度である。

$$p_u = 3 + \gamma x + J x_R / D \quad (3.1) \quad p_u = 9c_u \quad (3.2)$$

$$x_R = 6D / (\gamma D / c_u - J) \quad (3.3) \quad y_c = 2.5 \epsilon_c D \quad (3.4)$$

なお、 c_u 、 γ 、 x 、 J 、 D はそれぞれ、粘土の非排水粘着力、有効単位体積重量、地表面からの深度、経験定数(0.25~0.5)、杭径である。また、コントロールポイントを定める定数の y_c は式(3.4)で与えられる。ここで、 ϵ_c は、一軸圧縮試験の応力-ひずみ関係において、最大応力の 1/2 に対応するひずみである。

次に、砂質土に対しては、以下のように規定されている。まず、 $p-y$ 曲線は式(3.5)で与えられる。

$$p = A p_u \tanh[k_0 H y / A p_u] \quad (3.5) \quad p_{u,s} = (C_1 H + C_2 D) \gamma H \quad (3.6) \quad p_{u,d} = C_3 D \gamma H \quad (3.7)$$

ここで、 A は繰り返しあるいは静的载荷を考慮するファクターで、繰り返し载荷に対して 0.9 を、静的载荷に対して $(3.0 - 0.8H/D) \geq 0.9$ をとる。 p_u は杭長単位長さ当たりの極限支持力で、式(3.6)の[浅]または式(3.7)の[深]の小さい方をとる。式(3.6)、式(3.7)の係数 $C_1 \sim C_3$ はせん断抵抗角 ϕ の関数で、ルール内に図示されている。 k_0 は初期地盤反力係数で、ルール内でせん断抵抗角 ϕ あるいは相対密度の関数として与えられている。 H 、 D はそれぞれ深度、杭径である。この砂質土に対する $p-y$ 曲線は、文献③)に紹介されている旧 API ルールとは異なっており、また、式(3.5)の p の次元は力を長さで割ったものであるので、注意されたい。

なお硬質粘土については、より脆性的になるとの記述があるのみで具体的な $p-y$ 曲線は示されず、設計者の判断にまかされている。この場合、文献⑥)が参考になる。

(2) DNV 規準⁷⁾の方法

DNV ルールに定めてある方法は複雑であるので、ここでは $p-y$ 曲線の特徴と、それに関する簡単な説明の

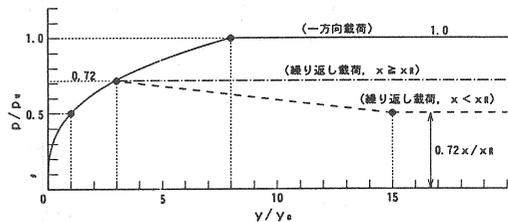


図 3.1 軟弱粘土に対する $p-y$ 曲線(API)

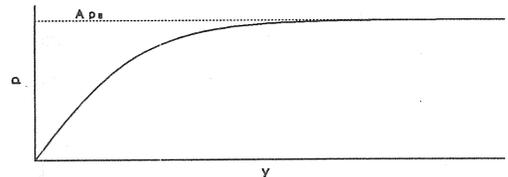


図 3.2 砂質土の $p-y$ 曲線の形状(API)

みを記す。詳しくは文献7)を参照のこと。

DNV規準の $p-y$ 曲線は、図3.3に示すような形状をしており、3つの部分から成っている。

① $y < \beta D$ (D : 杭幅)

$$y/p = 1/k_1 + y/(\alpha p_a) \quad (3.8)$$

ここに p_a : 設計地盤反力(ルールで規定)

β : 土質と載荷条件に関する係数。土質は、砂質土、正規圧密粘土、過圧密粘土に、載荷条件はstaticとcyclic loadingに区別。

k_1 : $p-y$ 曲線の初期勾配。砂質土と正規圧密及び過圧密粘性土とに区別されている。

α : 降伏比 ($= 1/(1 - p_a/(k_1 \beta D))$)

② $\beta D < y < \beta' D$

粘性土の場合はこの区間で地盤反力が低下する。砂質土では地盤反力の低下は明確でなく、 $p=p_a=p_a'$ とする。したがって、 β' は粘性土に対してのみ意味のある係数であって、その具体的な値は、正規圧密粘土、過圧密粘土およびstaticとcyclic loadingに区別して与えられている。

③ $y > \beta' D$

粘性土の場合は $p=p_a'$ 、砂質土の場合は $p=p_a=p_a'$ である。なお、設計地盤反力 p_a および p_a' の算定方法も、砂質土、正規圧密粘土、過圧密粘土およびstaticとcyclic loadingに区別して規定されているが、ここではその説明は省略する。

(3) たわみの0.5乗に比例する地盤反力

たわみ y の 0.5乗に比例する地盤反力 p を規定するものもいくつかある。例えば $p-y$ 曲線法ではないが、港研方式では

$$p = k \cdot y^{0.5} \quad [C型地盤] \quad p = k \cdot xy^{0.5} \quad [S型地盤] \quad (3.9)$$

という $p-y$ 関係を採用している。そこで、各方法特有の

$K(x)$ は外部入力するとして、たわみ y の 0.5 乗に比例する形式のものも容易に計算できるようにした。

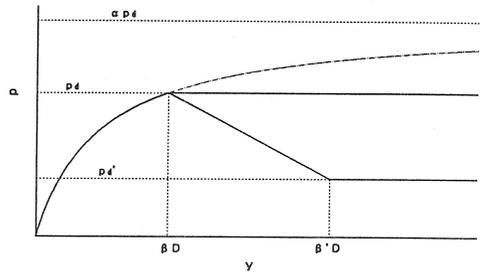


図 3.3 DNVの $p-y$ 曲線

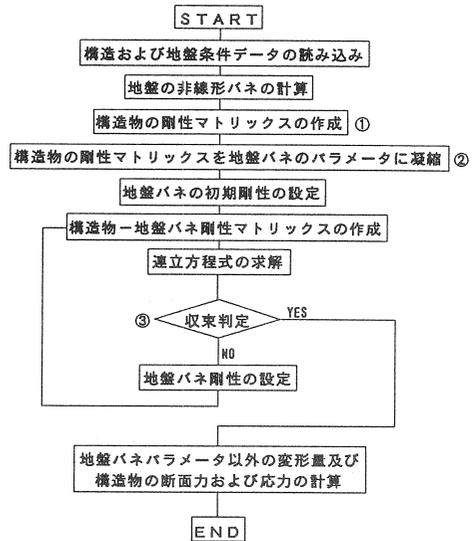


図 3.4 計算のフロー

3.2 計算方法の概要

計算のフローを図3.4に示す。非線形の地盤バネを採用する場合は繰り返し計算を行うことになるが、計算効率を向上させるために、収束するまでは凝縮した剛性方程式を解くことにした。すなわち図3.4に示すように、地盤バネに関する項のみを繰り返し計算して解を求め、そのあと構造物全体の変形量、断面力等を求めるようにした。この凝縮した剛性方程式を解く方法は、上部構造が複雑になるほど計算効率が向上する。

APIまたはDNVルールに準拠して計算する場合は地盤バネを内部生成するが、 $p-y$ 曲線は深度方向に異なるので、地盤条件等を考慮して根入れ部の分割数だけ作成する。

図3.4に記入した①、②、③の部分、すなわち、マトリックスの凝縮方法および繰り返し計算方法の概要を以下に示す。

周知のように、構造物の剛性方程式は式(3.10)で表される。

$$[K]\{X\} = \{R\} \quad (3.10)$$

ここに、 $[K]$: 構造物の剛性マトリックス、 $\{X\}$: 節点変位ベクトル、 $\{R\}$: 荷重ベクトル
式(3.10)を地盤バネに関連するものその他のパラメータに分離して表現すると

$$\begin{pmatrix} K_{11} & \dots & K_{1j} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{i1} & \dots & K_{ij} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_i \\ \vdots \\ X_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_1 \\ \vdots \\ R_i \\ \vdots \\ R_j \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

ここに、添字 i : 地盤バネに関連するパラメータ, 添字 j : その他のパラメータである。式(3.11)において X_j を消去して、地盤バネのパラメータで表現すると、

$$[K_{ii} - K_{ij}K_{jj}^{-1}K_{ji}]\{X_i\} = \{R_i - K_{ij}K_{jj}^{-1}R_j\} \quad (3.12)$$

と書くことができる。いま

$$[K^*] = [K_{ii} - K_{ij}K_{jj}^{-1}K_{ji}], \quad \{X^*\} = \{X_i\}, \quad \{R^*\} = \{R_i - K_{ij}K_{jj}^{-1}R_j\}$$

とおくと、凝縮された剛性方程式は、次式で表される。

$$[K^*]\{X^*\} = \{R^*\} \quad (3.13)$$

地盤バネの初期剛性を $[k_0]$ とすると、地盤バネを考慮した剛性方程式は、地盤バネと結合することにより

$$[[K^*] + [k_0]]\{X^*\} = \{R^*\} \quad (3.14)$$

で表される。式(3.14)を解いて変位 $\{X^*\}$ を求め、その変位を用いて次ステップの地盤バネの剛性 $[k_m]$ を算定する。次に、この $[k_m]$ を式(3.14)に代入して次ステップの変位 $\{X^*\}_m$ を求める。許容誤差を δ とするとき、式(3.15)を満足するまで繰り返し計算を行う。地盤バネは変形の増大に伴って軟化するものもあって増分法は使えないので、繰り返し計算は直接反復法(割線法)で行った。なお、許容誤差 δ としては、通常は0.01を使用している。

$$|\{X^*\}_m - \{X^*\}_{m-1}| \leq \delta |\{X^*\}_m| \quad (3.15)$$

4. 計算例

4.1 港研方式基準曲線¹⁾との比較

港研方式の基準曲線と以上で説明したプログラムによる計算結果とを比較する。引用する基準曲線は、「S型地盤、頭部自由杭、杭頭荷重 $\log T = 5.0$ 」のものである。なお、この基準杭の諸元は、地上部長 $h = 100\text{cm}$ 、曲げ剛性 $EI = 10^{10}\text{kgf}\cdot\text{cm}^2$ 、横抵抗係数 $Bk_s = 50\text{cm} \times 0.02\text{kgf}/\text{cm}^{3.5} = 1.0\text{kgf}/\text{cm}^{2.5}$ である。一方、比較計算の方は、杭径、地上部長、曲げ剛性、横抵抗係数は基準杭と同一にし、根入れ長は15mとした。また、非線形バネは地表面下0.25mから5.25mまでは0.5mピッチで、地表面下6mから10mまでは1mピッチ、その下には1.75m、2.50m、2.25m間隔で、合計25本付けた。文献1)と同様に対数の形で計算結果を示すと表4.1のとおりであり、基準曲線と一致している。

4.2 API, DNV#-ルによる計算例

文献8)及び文献9)の横方向載荷実験結果と計算値を比較する。文献8)の杭は八角形断面をした鋼製のもので、深度方向に断面が変化しており、根入れ深さは12m、地表部長は1.2mである。土質は、含水比が液性限界にほぼ近い粘性土である。図4.1左図に実測値と計算値を対比して示しており、このケースはAPIルールによるものの方が実測値に近い。

一方、文献9)の杭は直径0.406m、断面二次モーメント $I = 2.35 \times 10^{-4}\text{m}^4$ 、根入れ深さ8.13mである。土質は粘性土であり、その非排水粘着力は地下水面より上では $4\text{tf}/\text{m}^2$ 程度、地下水面より下では $2.5\text{tf}/\text{m}^2$ 程度である。図4.1右図に実測値と計算値を対比して示しており、このケースではDNVルールによるものの方が実測値に近い。

著者らはこの他にも20ケース程度実測値と計算値の比較を実施したが、ケースによってAPIルールが実測値に近い場合とDNVルールの方が近い場合とがあり、どちらが優れているとは断言できない。また、図4.1ではDNVルールによる計算の変位がAPIルールによるものよりも大きい、土質によってはこの関係が逆転する

表 4.1 港研方式基準曲線との比較 ($\log T = 5$)

	$\log y_{top}$	$\log M_{max}$	$\log \ell_{m1}$
基準曲線 ¹⁾	2.239	7.313	2.681
本プログラム	2.242	7.310	2.677

y_{top} : 杭頭変位, M_{max} : 地中部最大曲げモーメント, ℓ_{m1} : モーメント第一ゼロ点の深さ
単位は kgf, cm

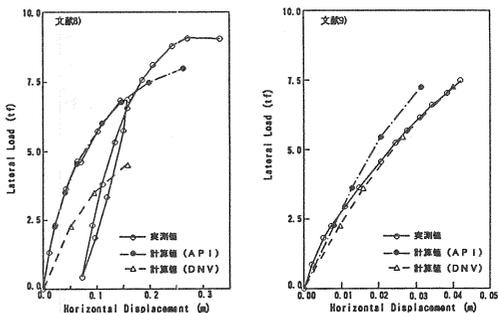


図 4.1 実測値^{8), 9)}と計算値の対比例

こともある。両者には $p - y$ 曲線の作成方法に差異があるので、このような違いが生じるのであろう。

4.3 ドルフィンの計算例

図4.2に示す6脚のドルフィンに、水平力880tfが作用する場合の計算例を以下に示す。CDL-9mが海底面で、CDL-41mまで沖積粘土($c_u(\text{tf}/\text{m}^2)=0.4+0.14z; z$ in m)で、CDL-41m~-55mはN値10~20の粘土と砂の互層、CDL-55m~-68mまではN値10の粘土、CDL-68m以深はN値50以上の洪積砂層である。脚はN値50の層まで打ち込むこととし、以下の計算例では、径1.1m、肉厚19mmの鋼管を使用するとしている。地盤バネピッチは、表層部では杭径の1/2程度と密にし、影響の少ない地中深部では疎にとり、その特性は港研方式と同等のものとした。頂部のコンクリートブロックは立体骨組構造に置き換え、節点数は162である。力はy方向(図4.3参照)に作用させた。

変形および曲げモーメントを図4.3に示す。y方向に力を作用させているが、斜材等もあるのでねじりモーメントも発生している。なお、図4.3は図示しやすいものを計算例として示したもので、構造としてはこのままでは耐力が不十分であり、最終的には16脚のドルフィンとした。

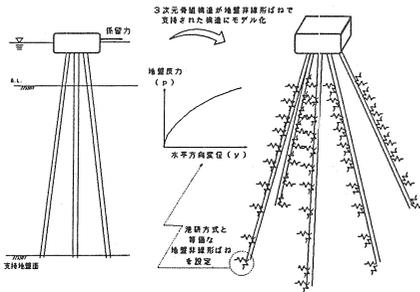


図 4.2 モデル化模式図

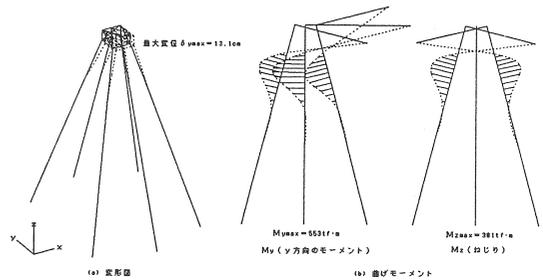


図 4.3 変形および曲げモーメントの例

5. あとがき

この報文では、杭で支持されて大きな横方向力が作用する構造物の、上部構と下部構とを同時に計算する有限要素法によるプログラムの概要を紹介した。この計算方法は、地盤反力 p と変位 y との関係に非線形性をも含む各種規準類に対応でき、繰り返し計算を行う際に凝縮した剛性方程式を使用することが特徴で、上部構造が複雑になるほど、繰り返し計算の効率が向上する。この種の構造物を設計する場合、十分な耐力を確保するために構造あるいは部材断面を何度も変える必要があり、非線形バネを考慮するときは特に計算労力が大きい。同様の問題を扱う技術者の参考になれば幸いである。

参 考 文 献

- 1) 運輸省港湾局監修(1989): 港湾の施設の技術上の基準・同解説, (社)日本港湾協会, pp.376-397
- 2) American Petroleum Institute(1987): Recommended Practice for Planning and Constructing Fixed Off-shore Platforms, API RECOMMENDED PRACTICE 2A (RP2A), 17th EDITION, pp.52-54
- 3) 杭基礎の設計法とその解説編集委員会(1985): 杭基礎の設計法とその解説, 土質工学会, pp.396-444
- 4) Matlock, H(1970): Correlations for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay, Proc. 2nd Annual Offshore Tech. Conf., Paper No.OTC1204
- 5) Reese, L.C. Cox, W.R. and Koop, F.D.(1974): Analysis of Laterally Loaded Piles in Sand, Proc. 6th Annual Offshore Tech. Conf., Paper No.OTC2080
- 6) Reese, L.C. and Welch, R.C.(1975): Lateral Loading of Deep Foundations in Stiff Clay, Proc. ASCE, Vol.101, No.GT7, pp.633-649
- 7) Det Norske Veritas(1977): Rules for the Design Construction and Inspection of Offshore Structures, Appendix
- 8) Lee, P.Y. and Gilbert, L.W.(1979): Behavior of Laterally Loaded Pile in Very Soft Clay, Proc. 11th Annual Offshore Tech. Conf., Paper No.OTC3401
- 9) Gill, H.L.(1968): Soil Behavior around Laterally Loaded Piles, Technical Report R-571, Naval Facilities Engineering Command, Naval Civil Engineering Laboratory, Port Hueneme, California