地盤と建設
Vol.12, No.1, 1994

海底砂質土地盤の波浪による液状化 ー簡易理論の定式化と解析解ー[1]

Wave-induced liquefaction of sandy seabeds -Analytical solution-

清水正喜[2]　(Masayoshi SHIMIZU)

海底砂質土地盤において波浪に起因して間隙水圧が発生・上昇して液状化を起こすことがある．そのような現象を１次元の問題として定式化し，支配方程式を典型的な初期・境界条件で解き，解析解を求めた．定式化に際して間隙水の圧縮性と土のダイレタンシーを考慮している．ダイレタンシーに起因して発生する間隙水圧は，既往の研究によって得られた関数で評価した．解析解は，過剰間隙水圧が振動しながら上昇していく現象や，海底地盤および波浪に関する条件によっては液状化する現象をよく表現できる．

キーワード：液状化，間隙水圧，海底地盤，砂質土，波浪，微小振幅波理論
(IGC:E7/E8/E13)

1.序論

海底の砂質土地盤における侵食，地滑り，基礎構造物の不安定化等の一因は，波浪に起因する間隙水圧の上昇である．間隙水圧上昇を定量的に予測するためには，一連の波浪が通過するときの海底地盤表面に作用する水圧と海底地盤内での水圧および応力を評価する必要がある．本来，このような問題の厳密な取扱いは２ないし３次元解析を通して行われるべきである．しかし，問題の複雑さのために，１次元解析や非連成解析等の単純化も行われている．

海底地盤表面に作用する水圧は，微小振幅波理論を適用して推定することができる．Putnam(1949),Sleath(1970)およびLiu(1973)は，推定された水圧が剛な透水性海底地盤表面に作用するときの解（海底地盤内の水圧）を得ている．Madsen(1978)やYamamoto et al.(1978)は，海底地盤を弾性と仮定して，海底地盤内の有効応力を求めた．得られた解から，水平および鉛直面上においてもせん断応力が周期的に繰り返し作用することがわかる．

弾性体と仮定できないような海底地盤の場合（例えば，砂質土），土のダイレタンシー特性のために，周期的にせん断応力が作用するとき，垂直全応力が一定であっても，排水条件では体積変化が，非排水条件では間隙水圧が発生する．

非排水条件下でせん断応力が繰り返し作用するときの間隙水圧の挙動は，主として地震時の液状化現象に関連して，振動三軸や繰り返しねじりせん断試験を通して研究されてきた．それらの成果は，例えば，Seed & Rahman(1978) やIshihara & Yamazaki(1984)らによって海底地盤の波浪に起因する液状化現象の解析に適用された．

２ないし３次元の現象を１次元に単純化すれば，体積変化挙動における周期的せん断応力の効果，従って，せん断応力による間隙水圧の発生を考慮できなくなる．この問題を解決するための一つの方法は，１次元圧密の支配方程式に，繰り返しせん断応力が作用するときに発生する過剰間隙水圧の効果を表すための，間隙水圧発生項を導入することである（Rahman & Jaber,1986）．あるいは，Spirenburg(1988)のように，排水せん断試験から得られたダイレタンシーによる体積ひずみ変化率を直接導入することである．

地震時の液状化と波浪による間隙水圧発生はその取り扱いが異なる．地震時の液状化は，非排水条件を適用でき，単純化した１次元問題では水平面上の垂直全応力を一定として扱うことができる．それに対して，波浪による間隙水圧発生問題では，

[1]本論文は，Shimizu(1994)において英語で発表した内容を加筆・修正したものである．また，「海底地盤に関するシンポジウム’９４」においても，同じ内容で発表した．

[2]鳥取大学工学部土木工学科助教授

波の周期的作用によって水平面上の垂直全応力も変化し，完全な非排水条件も適用できない．即ち，間隙水圧は発生しつつ消散する．

見かけ上飽和した土に対して，側方を拘束した状態で表面の水圧を変動させると，間隙流体（水および空気）の圧縮性のために，過剰間隙水圧が発生し上昇する(Maeno & Nago,1988; Zen & Yamazaki,1989; 善・山崎,1990)．このように，間隙流体の圧縮性も過剰間隙水圧を発生させる重要な因子である．

著者は，海底砂地盤模型を設けた２次元水槽内で波を発生させ，地盤内の間隙水圧を測定した．その結果，過剰間隙水圧は単調に上昇していくのではなく，波の周期に関連して周期的な変動を伴うことがわかった(Shimizu,1991)．

著者は，先に，波浪に起因する間隙水圧の発生を予測するための支配方程式を導いた（Shimizu,1991）．本論文の目的は，その支配方程式を典型的な初期・境界条件の下で解析的に解き，代表的な波浪および海底地盤の条件における解の特性を調べることである．支配方程式には間隙水の圧縮性とダイレタンシーによる体積変化を考慮している．圧縮性間隙水で飽和した砂地盤を想定し，ダイレタンシー効果をRahman & Jaber(1986)と同様の間隙水圧発生項で表現している．結論として，得られた解が，周期的な波浪の作用によって，海底地盤内の過剰間隙水圧が周期的に変動しながら上昇し，ついには液状化する現象をよく表現できる，ことを示す．

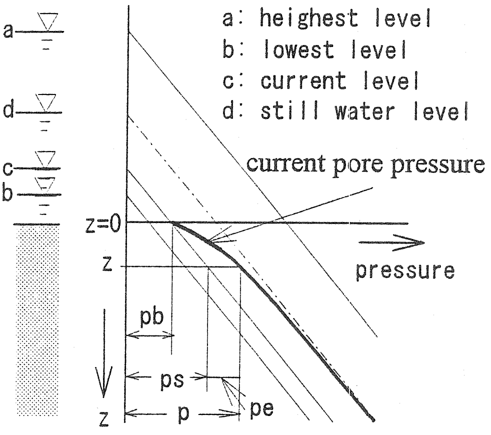

図１：間隙水圧の成分の定義

２．理論

Shimizu(1991)に従って，波浪に起因する過剰間隙水圧の発生を予測するための１次元支配方程式を導く．

２．１　間隙水圧

議論を明確にするために間隙水圧の種々の成分を定義する（図１参照）．海底地盤内の間隙水圧（p）は，深さ（z）と時間（t）の関数であるので，$p(z,t)$と記すことにする．$p(z,t)$は，現在の静水圧（$p_s(z,t)$）と過剰間隙水圧（$p_e(z,t)$）とから成る．即ち，

$$p(z,t) = p_s(z,t) + p_e(z,t) \tag{1}$$

上式の$p_e(z,t)$を過剰間隙水圧と呼ぶ理由は後に説明する．現在の静水圧成分$p_s(z,t)$は

$$p_s(z,t) = \rho_w gz + p_b(t), \tag{2}$$

で与えることができる．ここに，$p_b(t)$は海底地盤表面における水圧，$\rho_w gz$は海底地盤表面（z=0）から深さ z までの静水圧による間隙水圧．地盤表面の水圧$p_b(t)$は微小振幅波理論によって波の特性から決定できる（付録１参照）．式(1)および(2)から，

$$p(z,t) = \rho_w g z + p_b(t) + p_e(z,t). \tag{3}$$

２．２　有効応力

水平面上の有効応力（$\sigma'(z,t)$）は次式で与えられる：

$$\sigma'(z,t) = \sigma(z,t) - p(z,t), \tag{4}$$

ここに，$\sigma(z,t)$は全応力で，

$$\sigma(z,t) = \rho g z + p_b(t). \tag{5}$$

ρは，海底表面から深さ z までの平均的な土の湿潤密度．式(3)と(5)を用いて式(4)を書き換えると，

$$\sigma'(z,t) = (\rho - \rho_w) g z - p_e(z,t). \tag{6}$$

上式は，$\sigma'(z,t)$の時間的変動が$p_e(z,t)$によって生じることを表しており，$p_e(z,t)$を過剰間隙水圧と呼んだ理由となっている．液状化は，$\sigma'(z,t) \leqq 0$のとき，即ち，$p_e(z,t) \geqq (\rho - \rho_w)gz$のとき生じる．有効応力$\sigma'(z,t)$の変化率は，式(6)より近似的に次のように得られる：

$$\frac{\partial \sigma'(z,t)}{\partial t} = -\frac{\partial p_e(z,t)}{\partial t}. \tag{7}$$

ここに，"近似的"であるのは，式(6)のρ，ρ_wの時間的な変化を無視したからである．もし，$p_e(z, t)$がある特定の深さzにおいて変化しないなら，有効応力はその深さで一定であり，砂の変形は起こらない．

過剰間隙水圧$p_e(z, t)$の変化を生ぜしめる主要な要因として，

1)海底地盤の透水性が有限であることによる排水の時間的遅れ
2)周期的繰り返しせん断応力の作用および主応力方向の回転による間隙水圧の発生
3)間隙水（および間隙空気）の圧縮性による水圧の発生（または消散）の時間的遅れ

が考えられる．

2．3　支配方程式

支配方程式を導くに当たり，以下の仮定を置く：

1)海底地盤内の間隙水の流れは鉛直方向である．
2)流れはダルシーの式に従う．
3)土粒子は非圧縮である．
4)海底地盤は水で飽和している．

圧縮性間隙水の連続の式にダルシーの式を考慮して次式を得る：

$$-\frac{k}{\rho_w g}\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} - \beta n \frac{\partial p}{\partial t}, \tag{8}$$

ここに，ε_vは体積ひずみ，kは透水係数，nは間隙率，βは間隙水の圧縮率で次のように定義している：

$$\beta = \frac{1}{\rho_w}\frac{d\rho_w}{dp} \tag{9}$$

連続の式に土の構成関係を考慮しなければならない．土の体積変化は，有効垂直応力とせん断応力によって引き起こされる．有効垂直応力による体積変化は体積圧縮係数m_vで表すことができ，通常の1次元圧縮試験から評価できる．せん断応力変化による体積変化，即ちダイレタンシー効果は，排水せん断試験結果から直接評価するか，または非排水試験結果から間接的に評価することができる．ここでは後者の方法によってダイレタンシー効果を評価する．

体積変化速度を，単純に，有効垂直応力による効果とダイレタンシー効果の和であると仮定すると，

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = m_v \frac{\partial \sigma'(z,t)}{\partial t} + \frac{\partial \varepsilon_D}{\partial t} \tag{10}$$

ここに，$\partial \varepsilon_D/\partial t$ はダイレタンシーによる体積変化速度．これは，一般にせん断応力と有効垂直応力の関数であるが，波浪による間隙水圧発生問題に関しては，波の周期的特性に起因するパラメータ（たとえば，繰り返しせん断応力の振幅と周期など）の関数である．

ダイレタンシーによる体積変化速度は，非排水条件で得られた間隙水圧の発生に関する実験データを利用して有効応力変化率と関連づけることができる．以下にこのことを示す．

式(10)において，非排水条件：$\partial \varepsilon_v/\partial t = 0$を適用すると，

$$\frac{\partial \varepsilon_D}{\partial t} = -m_v\left(\frac{\partial \sigma'}{\partial t}\right)_U, \tag{11}$$

ここに，添え字"U"は非排水条件であることを表す．式(7)を考慮すると，$-\left(\partial \sigma'/\partial t\right)_U$は非排水条件下での過剰間隙水圧発生速度$\left(\partial p_e/\partial t\right)_U$に等しい．非排水条件下での過剰間隙水圧発生速度の具体的な評価は，例えば，Rahman & Jaber(1986)によって行われている．ここでは，Rahman & Jaber (1986)にならって，記号Ψで表す．

$$-\left(\frac{\partial \sigma'}{\partial t}\right)_U = \Psi. \tag{12}$$

式(12)を式(11)に代入して

$$\frac{\partial \varepsilon_D}{\partial t} = m_v \Psi \tag{13}$$

さらに式(10)を書き換えて

$$\frac{\partial \varepsilon_v}{\partial t} = -m_v\left(\frac{\partial p_e}{\partial t} - \Psi\right), \tag{14}$$

ここに，式(7)を用いた．

上式を連続の式（式(8)）に代入して支配方程式として次式を得る：

$$c_v \frac{\partial^2 p_e}{\partial z^2} = (1 + \alpha n)\frac{\partial p_e}{\partial t} + \alpha n \frac{\partial p_b}{\partial t} - \Psi, \tag{15}$$

ここに，

$$c_v = \frac{k}{m_v \rho_w g} \tag{16}$$

$$\alpha = \frac{\beta}{m_v}. \tag{17}$$

パラメータαは土骨格の圧縮性(m_v)に対する間隙水の相対的圧縮性を表す．間隙水の非圧縮性を仮定するとき$\alpha = 0$，圧縮性を考慮するとき$\alpha \neq 0$となる．

境界条件を次のように設定する：

$$p_e(z = 0, t) = 0 \tag{18}$$

$$\frac{\partial p_e}{\partial z}(z = D, t) = 0 \tag{19}$$

ここに，Dは海底地盤の透水層の下端の深さである．初期条件は，波のない静水状態を仮定する．

$$p_e(z, t = 0) = p_{e0}(z)\,(= 0) \tag{20}$$

初期において，過剰間隙水圧は深さ方向で一定値（$p_{e0} = 0$）をとると仮定した．

支配方程式(15)を境界条件(18)，(19)と初期条件(20)の下で解くための手順は，純粋に数学的である．解法の手順を付録２に示した．

2．4　間隙水圧比 r_p

完全な液状化は，有効応力が減少して０になったときに生じる．液状化に至る有効応力の減少量は初期の，即ち，静水時の有効応力の大きさによって異なるので，液状化の程度は静水状態からの有効応力の減少割合で表現すると都合がよい．このような観点から，海底地盤の液状化の程度を表すためのパラメータとして次式で定義される間隙水圧比 r_pを導入する：

$$r_p = \frac{\sigma'(z, t = 0) - \sigma'(z, t)}{\sigma'(z, t = 0)} \tag{21}$$

定義より，r_p=1であれば，完全な液状化（有効応力がゼロ）が生じており，r_p<1であれば完全な液状化が生じていないことを意味する．

式(6)に初期条件（式(20)）を考慮して，間隙水圧比を書き換えると

$$r_p = \frac{p_e(z, t)}{(\rho - \rho_w) g z} \tag{22}$$

計算によって，$p_e(z, t)$を求めることができれば，r_pが計算できる．実際，「３．結果と考察」の章において，間隙水圧比の時間的変化を示す．

2．5　解析解

（１）支配方程式

簡単のため，支配方程式を次のように書き換える：

$$\frac{\partial p_e}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 p_e}{\partial z^2} + f(z, t), \tag{23}$$

ここに，

$$a^2 = \frac{c_v}{1 + \alpha n} \tag{24}$$

$$f(z, t) = \frac{1}{1 + \alpha n} \Psi - \frac{\alpha n}{1 + \alpha n} \frac{\partial p_b}{\partial t} \tag{25}$$

（２）間隙水圧発生率 Ψ

Rahman & Jaber (1986)によって定式化された間隙水圧発生率を採用する．

$$\Psi = A z \exp(B z) \tag{26}$$

ここに，

$$A = \frac{(\rho - \rho_w) g}{T} c_1 c_2 \tag{27}$$

$$B = -\frac{2\pi / L}{\bar{b}} \tag{28}$$

$$c_1 = \left\{ \frac{\rho_w \pi}{(\rho - \rho_w) \bar{a} D_r} \right\}^{1/\bar{b}} \tag{29}$$

$$c_2 = \left\{ \frac{H / L}{\cosh(2\pi d / L)} \right\}^{1/\bar{b}} \tag{30}$$

上式において，HとLはそれぞれ水深がdの位置での波の波高と波長であり，沖波の波高H_0および波長L_0と関係している（付録１参照）．$\bar{a}$と$\bar{b}$は材料定数で，対象とする土のせん断特性を表す．D_rは土の相対密度．

（３）海底地盤表面の水圧 p_b

一定の周期と波高の波が発生し継続する場合を想定する．海底地盤表面の水圧p_bは，微小振幅波理論の結果から，次式のように三角関数で表すことができる：

$$p_b = \overline{p_b}\sin(\omega t) + \rho_w g d \tag{31}$$

ここに，$\overline{p_b}$ は振幅；ωは波の角振動数で

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{32}$$

振幅 $\overline{p_b}$ は波高 H と波長 L に関係づけられている（付録(A1)式）．

（4）解

解法の手順は付録2に示した．解の最終形は

$$p_e = \sum_{i=1}^{\infty} b_i(t)\varphi_i(z), \tag{33}$$

ここに，

$$\varphi_i(z) = \sin\left(\frac{\mu_i z}{D}\right) \tag{34}$$

$$\mu_i = \frac{2i-1}{2}\pi, \tag{35}$$

$$b_i(t) = \frac{1}{D/2}\left\{E_i F_i(t) + \frac{D}{\mu_i}G_i(t)\right\}\frac{1}{J_i(t)}, \tag{36}$$

$$E_i = \frac{A}{1+\alpha n}\cdot\frac{1}{\left\{B^2+(\mu_i/D)^2\right\}^2}\cdot$$
$$\left[-2B(\mu_i/D)+\exp(BD)(-1)^{i-1}\cdot\right.$$
$$\left.\left\{BD\left(B^2+(\mu_i/D)^2\right)-\left(B^2-(\mu_i/D)^2\right)\right\}\right] \tag{37}$$

$$F_i(t) = \left(\frac{D}{\mu_i a}\right)^2\left\{J_i(t)-1\right\}, \tag{38}$$

$$G_i(t) = \frac{\alpha n}{1+\alpha n}\overline{p_b}\omega\frac{1}{\omega^2+(\mu_i a/D)^2}\cdot$$
$$\left[J_i(t)\left\{\left(\frac{\mu_i a}{D}\right)^2\cos(\omega t)+\omega\sin(\omega t)\right\}-\left(\frac{\mu_i a}{D}\right)^2\right] \tag{39}$$

$$J_i(t) = \exp\left\{\left(\frac{\mu_i a}{D}\right)^2 t\right\} \tag{40}$$

3．結果と考察

式(33)～(40)を用いて過剰間隙水圧の時間的変化を計算した．計算に必要なパラメータと実際に計算に用いた値を表1に示した．水の体積圧縮係数（β）以外のすべてのパラメータの値は，Rahman & Jaber (1986)に用いられたものと同じにした．これは，間接的ではあるが，解の妥当性を検証するためである．即ち，Rahman & Jaber (1986) は，間隙水の圧縮性を考慮しない場合の解を求めているので，本研究において $\alpha = 0$（即ち $\beta = 0$）の場合の結果を彼らの結果と比較することによって計算結果を間接的に検証できる．

波および水深の条件を模式的に図2に示す．

表1：計算に用いたパラメータとその値

(1) 沖波の条件			
周期	T	[s]	11.3
勾配	H_0/L_0		0.055
（2）土および間隙水の物理的・力学的条件			
繰り返しせん断強さパ	$\overline{a}$		0.287
ラメータ	$\overline{b}$		0.095
透水係数	k	[m/s]	2×10^{-4}
体積圧縮係数	m_v	[m^2/kN]	1.3×10^{-6}
相対密度	D_r		0.7
土粒子密度	ρ_s	[Mg/m^3]	2.65
湿潤密度	ρ	[Mg/m^3]	1.77
間隙率	n		0.533
水の体積圧縮係数	β	[m^2/kN]	5×10^{-10}

設定した海底地盤は一様な土質の比較的密な砂質土で構成されている．砂質土の深さ（D；式(19)参照）は，沖波波長と等しくした．

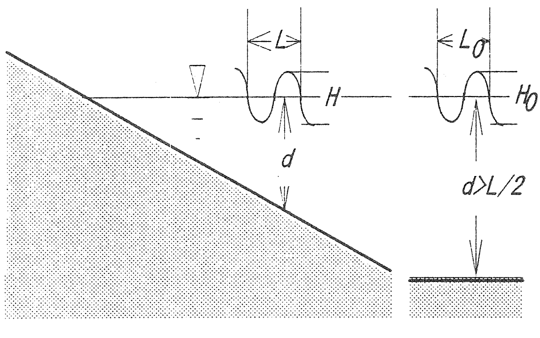

図2：沖波および浅海波

嵐の様な波浪を想定しているので，大きな沖波波形勾配(H_0/L_0)を設定している．沖波波長(L_0)を周期(T)から決定し，沖波波高(H_0)を波形勾配から決定した．

浅海域では，周期は沖波と同じと仮定した．波高(H)と波長(L)は，対象地点の水深(d)に依存する（付録(A4),(A5)式参照）．種々のdの値に対して計算を行った．代表的な結果として$d=6$ mの場合を図３～５に示す．

図３は，式(31)から計算した海底地盤表面の水圧p_bの変動である．ただし，$0 \leq t/T \leq 6$の間のみ示している．

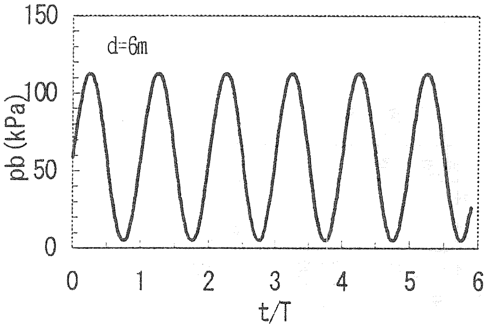

図３：海底地盤表面の水圧の変動．

図４は，間隙水圧比(r_p)と無次元化時間(t/T)の関係である．深度$z=7$，10，15mの場合を示した．この例では，80波通過した時点で，$z=7$ mの深さで完全液状化が起こっているが，それより深いところでは100波通過時点でも液状化が起こっていない．

$70 \leq t/T \leq 100$の時の間隙水圧比の変動を図５に拡大して示す．間隙水の非圧縮を仮定した場合($\alpha=0$)，間隙水圧比が単調に増加しているのに対して，圧縮性を考慮した場合($\alpha \neq 0$)には，振動しながら増加していることがわかる．

このような振動現象は，図３に示したように，海底表面の水圧が変動するために生じる．また，振動の幅は深度とともに減衰している（図４参照）．

尚，図４，図５において計算上r_p>1なっている部分があるが，実際は，土に引っ張り抵抗がないので有効応力が負になることはない，従ってこのような現象は起こらないはずである．

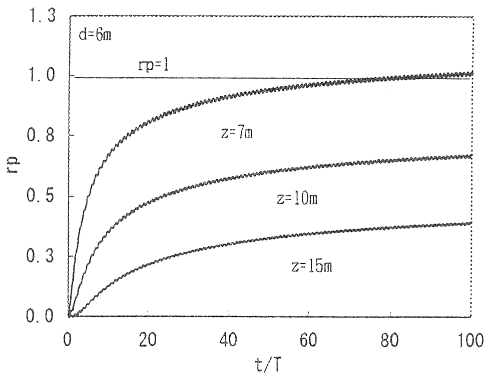

図４：間隙水圧比の変動

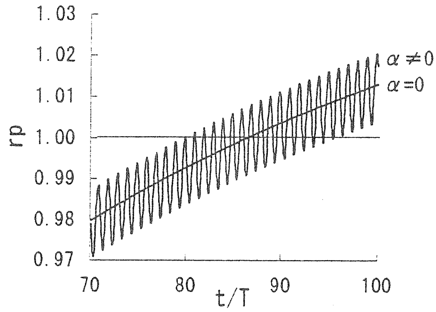

図５：間隙水圧比の変動
（ｚ＝７ｍ；図４の拡大図）

図６は，波が水深$d=6$ mの地点に到達した直後の間隙水圧比の変動を示したものである．$z=10$および15mでは，波が到達した瞬間に間隙水圧比が減少し，その後徐々に増加に転じていることがわかる．間隙水圧比の減少は有効応力が初期の値より増加したことを意味している．

以上，$d=6$ mの場合を例に計算結果を示したが，dの値が変わると液状化が発生する深度(z)も変わる．ただし，dと液状化発生深度の関係は単純ではない．Ishihara & Yamazaki (1984)やRahman & Jaber (1986)によって液状化発生領域の計算例が示されている．

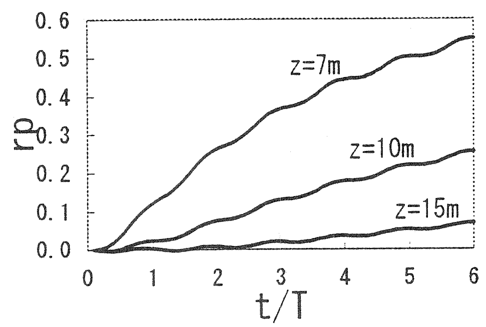

図６：間隙水圧比の変動
（$0 \leq t/T \leq 6$；図４の拡大図）

4．結論

波浪に起因して海底地盤内で間隙水圧が発生・上昇する現象を予測する理論と解析解を示した．現象を１次元問題としてモデル化し，支配方程式にせん断応力変化による体積変化特性（ダイレタンシー効果）と水の圧縮性を考慮した．典型的な境界・初期条件の下で解析解を求め，計算結果の例を示した．

ダイレタンシー効果を取り入れたことによって過剰間隙水圧が上昇していく現象を説明でき，水の圧縮性を考慮したことによって過剰間隙水圧が振動しながら上昇する現象を表現することができた．

ここで示したような過剰間隙水圧の変動特性は，間隙水圧発生率Ψを如何に評価するかに強く依存している．Ψの評価の妥当性は，実験又は実測に基づいて判断されなければならない．今後の課題である．

謝辞

本研究で用いた支配方程式の定式化は，国際シンポジウムGEO-COAST' 91で発表した．同シンポジウムにおいて，F. J. B. Barends博士（Delft Geotechnics, Netherlands）から，支配方程式の解析解を求めるべきであるとコメントしていただいたことが，本研究の動機となった．ここに同博士に謝意を表したい．

本研究に対し，（財）防災研究協会から奨学金を受けた．記して謝意を表したい．

参考文献

赤井逸他(1984)：理工学のための応用数学Ⅱ，朝倉書店，p.231

Barends, F.J.B. (1991): Theme Lecture "Interaction between ocean waves and sea-bed", Proc. Int. Conf. on Geotechnical Eng. for Coastal Development - Theory and Practice on Soft Ground-, GEOCOAST'91, Port and Harbour Research Institute, Ministry of Transportation, Japan, Vol.2, pp.1091-1118.

本間仁監修・堀川清司編(1985):海岸環境工学－海岸過程の理論・観測・予測方法－，東大出版会，p.582

Ishihara, K. and Yamazaki, A. (1984): Analysis of wave-induced liquefaction in seabed deposits of sand, Soils and Foundations, Vol.24, No.3, pp.85-100.

Liu, P. L-F. (1973): Damping of water waves over porous bed, Journal of Hydraulics Division, Proc. of ASCE, Vol.99, HY12, pp.2263-2271.

Maeno, S. and Nago, H. (1988): Settlement of a concrete block into a sand bed under water pressure variation, Proc. Int. Conf. SOWAS, Balkema, Rotterdam, pp.67-76.

Madsen,O.S. (1978): Wave-induced pore pressure and effective stresses in a porous bed, Geotechnique, Vol.28,No.4, pp.377-393.

Putnam, J.A. (1949): Loss of wave energy due to percolation in a permeable sea bottom, Trans. A.G.U., Vol.30, No.3, pp.349-356

Rahman, M.S. and Jaber, W.Y. (1986): A simplified analysis for wave-induced liquefaction in ocean floor sands, Soils and Foundations, Vol.26,No.3, pp.57-68.

Seed, H. B. and Rahman, M. S. (1978): Wave-induced pore pressure in relation to ocean floor stability of cohesionless soils, Marine Geotechnics, Vol.3, No.2, pp.123-150.

Shimizu, M. (1991): Experimental examination of theories for wave and sea bed sands interaction, Proc. Int. Conf. on Geotechnical Eng. for Coastal Development -Theory and Practice on Soft Ground, GEO-COAST'91, Port and Harbour Research Institute, Ministry of Transportation, Japan, Vol.1, pp.633-638.

Shimizu, M. (1994): A simplified one-dimensional theory for the wave-induced liquefaction of sandy seabeds, Proc. of the Fourth Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Vol.1, pp.600-606.

Sleath, J.F.A.(1970): Wave-induced pressures in beds of sand, Journal of Hydraulics Division, Proc. of ASCE, Vol.96, HY2, pp.367-378.

Sleath, J.F.A. (1984): Sea Bed Mechanics, John Wiley & Sons, 335p.

Spirenburg,S.E.J. (1988): Pore pressure build up as result of wave action, Proc. Sixth Int. Conf. on Numerical Methods in Geotechnics, Balkema, Vol.1, pp.605-610

Yamamoto,T. et al.(1978): On the response of poroelastic bed to water wave, J. Fluid Mech., Vol.87, Part1, pp.193-206.

善功企・山崎浩之(1989): 波浪による海底地盤中の水圧変動と液状化，土と基礎， Vol.37, No.6, pp.63-68

付録１：微小振幅波理論による海底表面での水圧の評価

非圧縮流体の２次元非回転流れ場において，波高が波長および水深に比べて十分小さい場合，自由表面の運動学的および力学的条件と，海底地盤での非排水条件を満足する解（速度，水圧）が得られる（微小振幅波理論．例えば本間(1985)を参照）．ここでは，微小振幅波理論を用いて海底地盤表面での水圧を評価する手順を述べる．

（１）海底地盤表面での水圧の振幅$\overline{p_b}$

微小振幅波理論によって，海底地盤表面での水圧の振幅$\overline{p_b}$が次式で与えられる：

$$\overline{p_b} = \frac{\rho_w g H}{\cosh(2\pi d/L)} \quad \text{(A1)}$$

ここにHとLは，それぞれ，水深がdである場所での波高と波長であり，沖波の条件から推定する．

（２）沖波の波高と波長

水深ｄが

$$d > \frac{L}{2} \quad \text{(A2)}$$

を満たすような場所では波長Lは沖波波長L_0で近似できる．ここに

$$L_0 = \frac{gT^2}{2\pi} \quad \text{(A3)}$$

沖波の波形勾配(H_0/L_0)を条件として与えると，沖波の波高H_0を推定できる．

（３）浅水域での波高と波長

水深が浅くなると波の特性が変化する（浅水変形）．微小振幅波理論の結果を用いてエネルギー的考察を行うと，浅海域での波長Lと波高Hが深海域での波高H_0と波長L_0とに次式で関係づけることができる：

$$L = L_0 \tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right) \quad \text{(A4)}$$

$$H = H_0\left[\left\{1 + \frac{4\pi d/L}{\sinh(4\pi d/L)}\right\}\tanh\left(\frac{2\pi d}{L}\right)\right]^{-\frac{1}{2}} \quad \text{(A5)}$$

結局，（２）で述べた方法によって求めたL_0とH_0を用いて，浅海域での波長Lと波高Hを推定することができる．尚，式(A4)は，両辺にLを含んでいるので，反復によってLを決定する必要がある．

付録２：支配方程式の解法

支配方程式（式(23)）は，同次境界条件をもつ熱伝導型の偏微分方程式である．ここでは，赤井他(1984)を参考にして，解法の手順を述べる．

（１）境界条件が同次であるので未知関数$p_e(z,t)$を境界条件を満たす関数列$\varphi_i(z)$(i=1, 2, . .)の級数であると仮定できる．

$$p_e = \sum_{i=1}^{\infty} b_i(t)\varphi_i(z) \quad \text{(A6)}$$

ここに

$$\varphi_i(z) = \sin\left(\frac{\mu_i z}{D}\right) \quad (i=1, 2, \ldots), \quad \text{(A7)}$$

$$\mu_i = \frac{2i-1}{2}\pi. \quad \text{(A8)}$$

関数$\varphi_i(z)$が境界条件を満足することと，領域$0 \leq z \leq D$で直交性を有することは容易に証明できる．問題は，(A6)で仮定した関数が支配方程式と初期条件を満足するように関数列$b_i(t)$を決定することに帰着される．

（２）式(A6)で仮定した関数$p_e(z,t)$が支配方程式を満足することから，次の条件が導かれる．

$$\sum_{i=1}^{\infty}\left\{b_i'(t) + b_i(t)\left(\frac{\mu_i}{D}\right)^2\right\}\varphi_i(z) = f(z,t) \quad \text{(A9)}$$

与えられた関数$f(z,t)$が次のフーリエ級数で表されると仮定する，即ち：

$$f(z,t) = \sum_{i=1}^{\infty} f_i(t)\varphi_i(z), \quad \text{(A10)}$$

ここに

$$f_i(t) = \frac{1}{D/2}\int_0^D f(z,t)\varphi_i(z)dz, \quad \text{(A11)}$$

式(A9)は，次の，$b_i(t)$（i=1, 2. .)に関する常微分方程式に変換される：

$$b_i'(t)+\left(\frac{\mu_i a}{D}\right)^2 b_i(t)=f_i(t) \quad (i=1, 2, \ldots) \qquad (A12)$$

ここに，定数a_iは，初期条件を考慮することによって決定できる．実際，

$$a_i=0 \qquad (i=1, 2, \ldots) \qquad (A13)$$

この一般解は次式で与えられる：

$$b_i(t)=\exp\left\{-\left(\frac{\mu_i \bar{a}}{D}\right)^2 t\right\}\cdot \left[\int_0^t f_i(t)\exp\left\{\left(\frac{\mu_i \bar{a}}{D}\right)^2 \tau\right\}d\tau+a_i\right] \quad (i=1, 2, \ldots) \qquad (A14)$$

次の条件を考慮した：

$$p_e(z,0)=\sum_{i=1}^{\infty} b_i(0)\varphi_i(z)=0 \qquad (A15)$$

$$b_i(0)=a_i \qquad (i=1, 2, \ldots) \qquad (A16)$$

結局，関数$b_i(t)$ (i=1, 2, ..)を

$$b_i(t)=\exp\left\{-\left(\frac{\mu_i a}{D}\right)^2 t\right\}\int_0^t f_i(t)\exp\left\{\left(\frac{\mu_i a}{D}\right)^2 \tau\right\}d\tau \qquad (A17)$$

のように定めることができる．

（３） 式(A11)と(A17)の積分を実行することによって最終的な解として式(33)～(40)を得る．