

非共軸性を考慮した粘性土の平面ひずみ伸張載荷における 分岐解析結果と塑性指数の関係

Relationship between Bifurcation Analytical Results using Non-coaxial Cam-clay Model
and Plasticity Indices under Plane Strain Undrained Extension Loading

志比利秀 Toshihide SHIBI (島根大学総合理工学部)
 亀井健史 Takeshi KAMEI (島根大学総合理工学部)
 西開地一志 Kazushi NISHIKAICHI (島根大学大学院総合理工学研究科)

本研究では、平面ひずみ非排水伸張載荷を受けた粘性土の変形挙動に及ぼす塑性指数の影響を明らかにするため、分岐解析を行った。粘性土の構成方程式には、Cam-clay モデルとそのモデルに非共軸性を考慮した非共軸 Cam-clay モデルを用いた。その結果、分岐荷重は、塑性指数の増加に伴い減少することが示された。その原因としては、塑性指数の増加に伴う限界状態での応力比の低下による影響が大きいことが示唆された。また、分岐時の供試体内の最大せん断ひずみおよび応力状態量の分布性状に及ぼす塑性指数の影響は、極めて小さいことが明らかとなった。さらに、その分布性状から供試体内に形成されるすべり面の発生位置およびその形状が予測可能なことを示唆している。

キーワード：圧密非排水せん断、応力分布、間隙水圧、すべり面、分岐、平面ひずみ (IGC : D06)

1. はじめに

軟弱粘性土層が厚く堆積している地盤を開削する場合、開削に伴い掘削背面地盤では水平応力が、掘削底部地盤では鉛直応力が解放される。背面地盤は、水平応力の解放に伴い掘削領域側へとはみ出し、その周辺地盤は沈下する。その状態は主働域となる。一方、掘削底面に着目すると、鉛直応力の解放と背面地盤の荷重が掘削底面下の地盤への載荷重となることにより、盤膨れが発生する。このとき、底部地盤は受働域となっている。これらの背面地盤と底部地盤の変形は連動しており、互いに助長しあい、最終的に地盤の破壊を招く。したがって、地盤の変形および破壊現象を考える場合には、主働域および受働域の両方の状態における強度・変形特性を考慮する必要がある。

地盤の強度・変形特性は、応力状態の違いの影響を受け大きく変化する。地盤のこのような特性は、応力誘導異方性と呼ばれ、土固有の異方性と合わせて、一般の地盤工学では異方性と総称している。この点に関して、Ladd *et al.*¹⁾ は、既往の研究データを取りまとめており、平面ひずみ伸張せん断の c_u 値の大きさは平面ひずみ圧縮せん断での c_u 値の 0.4~0.8 倍程度となることを報告している。

材料の変形が一様変形から非一様変形へと移行する現象を、一様変形状態と非一様変形状態の分岐現象と考えると、有限変形弾塑性理論を用いて境界値問題として取り組んだ分岐解析が行われている。地盤材料を対象とした平面ひずみ非排水圧縮載荷条件下での分岐解析の報告例

は多く、その分岐荷重²⁾ や分岐時の応力状態量 (p' , q , u , η) の分布³⁾、粒度組成の違いが分岐荷重等に及ぼす影響⁴⁾ などが徐々に明らかにされつつある。しかしながら、分岐概念に基づいて地盤の変形および破壊現象を考えるためには、前述したように、圧縮領域のみならず、伸張領域においても材料の変形の分岐挙動を明らかにする必要はある。

最近の平面ひずみ非排水伸張載荷条件下での地盤材料の分岐解析に着目すると、一様変形から非一様変形へと移行するときの応力比を表す分岐荷重⁵⁾ や地盤の破壊現象と密接な関係にある材料内の応力状態量の分布⁶⁾ は明らかになってきている。しかしながら、それらの分岐解析結果は、ある特定の粒度組成を有する地盤材料に対するものである。一般的に、地盤は幅広い粒度組成を有しているため、粒度組成の違いが分岐荷重や一様変形以後の材料内の応力分布に及ぼす影響を把握することは、材料の破壊メカニズムを理解する上において極めて重要となる。

本研究では、粘性土の平面ひずみ非排水伸張試験において、塑性指数の違いが供試体の変形挙動に及ぼす影響を明らかにするために分岐解析を行った。粘性土の構成方程式には、分岐解析結果に及ぼす非共軸性の影響の検討も行うため、共軸 Cam-clay モデルおよび非共軸 Cam-clay モデルを用いることとした。また、分岐後の供試体内の最大せん断ひずみや応力状態量の分布に着目し、供試体破壊時に形成されるすべり面の発生位置およびその形態の予測を行い、塑性指数の違いがすべり面形成に及ぼす影響の検討も行った。

2. 構成方程式

本研究では、粘性土の構成方程式として、土の代表的なモデルの一つである Cam-clay モデル⁷⁾を有限変形に拡張したモデルと、そのモデルに主応力方向を回転させる応力速度の影響を考慮するために非共軸項を付加した非共軸 Cam-clay モデル⁸⁾(以後、非共軸モデルと呼ぶ)を用いる。なお、前者のモデルを、後者のモデルとの兼ね合いから、共軸モデルと呼ぶこととする。ここで言う共軸・非共軸とは、偏差応力の主軸と塑性ひずみ増分の偏差成分の主軸が一致しているか否かを示している。

有限変形理論を取り扱うことから、応力として、伸張側を正とする Cauchy 応力 T を用いるものとする。このとき、平均有効主応力 p' および偏差応力 q は、有効 Cauchy 応力 $T' (= T + uI, u: 間隙水圧 (圧縮側正))$ およびその偏差成分 S を用いて次式のように表される。

$$p' = -\frac{1}{3} \text{tr} T', \quad q = \sqrt{\frac{3}{2}} S \cdot S \quad (1)$$

降伏関数 f は、共軸モデルと非共軸モデルの違いによらず、自然対数表示による圧縮指数 λ と膨潤指数 κ およびダイレイタンシー係数 D を用いて次式により与えられる。

$$f = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \ln \frac{p'}{p'_0} + D \left(\frac{q}{p'} \right) - v^p = 0 \quad (2)$$

ここで、 e は間隙比、 $\eta (= q/p')$ は応力比であり、 p'_0 は先行圧密応力を、 v^p は塑性体積ひずみを表す。変形速度 D の塑性成分 D^p は、共軸モデルの場合には、塑性ポテンシャルが降伏関数と同一のものとする関連流動則に従うことから、次式によって与えられる。なお、 D^{*p} は D^p の偏差成分を表す。

$$2D_{ij}^{*p} = \frac{1}{h} \frac{S_{ij}}{\bar{\tau}} \left\{ \frac{S_{kl}}{2\bar{\tau}} \dot{T}'_{kl} - \frac{1}{3} \bar{\beta} \dot{T}'_{kk} \right\} \quad (3)$$

$$D_{kk}^p = -\frac{\bar{\beta}}{h} \left\{ \frac{S_{kl}}{2\bar{\tau}} \dot{T}'_{kl} - \frac{1}{3} \bar{\beta} \dot{T}'_{kk} \right\} \quad (4)$$

ここで、 \dot{T}' は有効 Cauchy 応力の共回転速度を表しており、 $\bar{\tau} = \sqrt{S \cdot S / 2}$ である。限界状態での応力比を M とすると、 $\bar{\beta} = (M - \eta) / \sqrt{3}$ は限界状態への隣接度を表す関数であり、 $h = (\bar{\beta} / \sqrt{3} D) p'$ は硬化係数を表している。なお、式(3)より、塑性ひずみ増分の偏差成分と応力の偏差成分の主軸が一致しており、共軸となっていることがわかる(図-1)。

一方、非共軸モデルの変形速度の塑性成分 D^p は、関連流動則から得られたものに非共軸項を付加することにより与えられる。この場合、 D^p_{kk} は共軸モデルと同様の式となるが、 D^{*p}_{ij} は次式となる。

$$2D_{ij}^{*p} = \frac{1}{h} \frac{S_{ij}}{\bar{\tau}} \left\{ \frac{S_{kl}}{2\bar{\tau}} \dot{T}'_{kl} - \frac{1}{3} \bar{\beta} \dot{T}'_{kk} \right\} + \frac{1}{h_1} \left(S_{ij} - \frac{S_{ij} S_{kl}}{2\bar{\tau}^2} S_{kl} \right) \quad (5)$$

ここで、 h_1 は第2硬化係数と呼ばれ、非共軸の程度を表す非共軸パラメータ $A (> 0)$ を用いて、 $h_1 = (\bar{\beta} / \sqrt{3} A) p'$ と仮

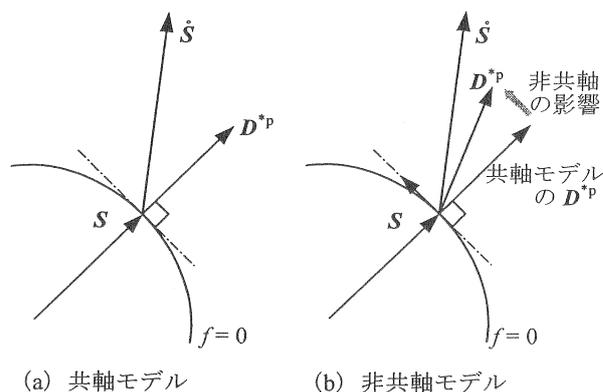


図-1 D^{*p} の概念

定される。式(5)の第1項は、降伏局面の直交方向成分であり、第2項は降伏局面の接線方向成分を表している。したがって、 A の値は、接線方向成分のみに影響を及ぼすこととなる。 A の増大に伴い D^{*p} の接線方向成分は増大し、一方、 A の減少に伴い D^{*p} の接線方向成分は減少してゆき、 $A = 0$ の場合には、非共軸モデルの D^{*p} と共軸モデルの D^{*p} は一致することとなる(図-1)。

変形速度の弾性部分に関しては、フックの法則が成立するものと仮定し、平面ひずみ条件下 ($D_{33} = 0$) で非排水せん断する場合 ($D_{ii} = 0$) に限定すると、共軸モデルの構成方程式は次式となる⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} \dot{T}'_{11} - \dot{T}'_{22} &= 2\mu^* (D_{11} - D_{22}) \\ \dot{T}'_{12} &= 2\mu D_{12} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\mu^* = \frac{\tilde{h}\tilde{G}}{\tilde{h} + \tilde{G}}, \quad \mu = \tilde{G} \quad (7)$$

ここで、 μ^* 、 μ はそれぞれ 45° せん断におけるせん断係数および単純せん断係数であり、 $\tilde{h} = \tilde{K}\tilde{\beta}^2 + h$ を表す。また、 $\tilde{G} = \tilde{G}_0 p' (= \{3(1+e)(1-2\nu)\} / \{2\kappa(1+\nu)\} p')$ はせん断弾性係数、 $\tilde{K} = \tilde{K}_0 p' (= \{(1+e)/\kappa\} p')$ は体積弾性係数を表している。なお、 ν はポアソン比である。

一方、非共軸モデルの構成方程式も同様に導かれ、形式的には、式(7)を以下のように置き換えることにより式(6)で与えられる⁸⁾。

$$\mu^* = \frac{\tilde{h}\tilde{G}}{\tilde{h} + \tilde{G}}, \quad \mu = \frac{h_1 \tilde{G}}{h_1 + \tilde{G}} \quad (8)$$

平面ひずみ非排水伸張せん断時の平均有効主応力 p' 、偏差応力 q 、応力比 η の時間増分は、共軸モデルと非共軸モデルの違いによらず、以下の式で与えられる⁶⁾。

$$\dot{p}' = -\frac{\tilde{G}\tilde{K}\tilde{\beta}}{\tilde{G} + h} (D_{22} - D_{11}) \quad (9)$$

$$\dot{q} = \frac{\sqrt{3}\tilde{G}\tilde{h}}{\tilde{G} + h} (D_{22} - D_{11}) \quad (10)$$

$$\dot{\eta} = \frac{\sqrt{3}\tilde{h} + \eta\tilde{K}\tilde{\beta}}{\tilde{G} + h} \tilde{G}_0 (D_{22} - D_{11}) \quad (11)$$

また、間隙水圧 u の時間増分は次式で与えられる⁶⁾。

$$\dot{u} = \frac{\tilde{G}(\tilde{K}\tilde{\beta} - \tilde{h})}{\tilde{G} + \tilde{h}} (D_{22} - D_{11}) \quad (12)$$

本研究に用いる土質定数は、広範な粘性土への適応性と定数決定の簡便性という観点から、塑性指数 I_p を用いて決定した。この I_p は、世界的に広く認められた指数であり、粘性土の地盤工学的特性の分類にも用いられている。本研究で用いた I_p に基づいた土質定数決定法を表-1に示す^{9)~11)}。なお、 N は正規圧密曲線上において $p' = 98\text{kN/m}^2$ のときの比体積 $(1+e)$ を表しており、この値を初期比体積 $(1+e_0)$ とする。また、 M_e は伸張試験における限界状態の応力比であり、本研究では伸張試験を対象としていることから、この値を M として用いる。後に示す解析結果では、圧縮試験結果との比較も行っているが、その場合には $M = 1.65$ を用いた^{9), 11)}。この決定法から得られた土質定数を用いた解析結果は、要素試験^{11)~14)} (三軸試験)、モデル実験^{9), 13)} (遠心载荷実験) や実地盤の

表-1 本解析に用いた土質定数決定法^{9)~11)}

$\lambda = 0.02 + 0.0045 I_p$
$\kappa = 0.00084 (I_p - 4.6)$
$N = 1.517 + 0.019 I_p (= 1+e \text{ at } p' = 98\text{kN/m}^2)$
$M_e = 1.385 - 0.00505 I_p$
$D = 0.00082 I_p + 0.0159$

変形挙動^{15), 16)} を非常によく表現できることが実証されている。ポアソン比 ν の値は、正規圧密状態の自然地盤の静止土圧係数 K_0 が 0.5 程度あること¹⁷⁾ と弾性解を用いて、 $\nu = 0.333$ (一定) と仮定した。

3. 分岐条件式

解析条件は、図-2に示すとおりとなる。供試体は、奥行き方向が無限大と考えられるような直方体を考えてい

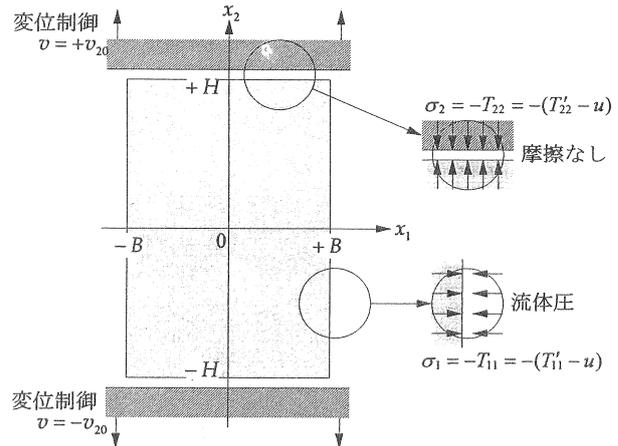


図-2 分岐時の供試体概形

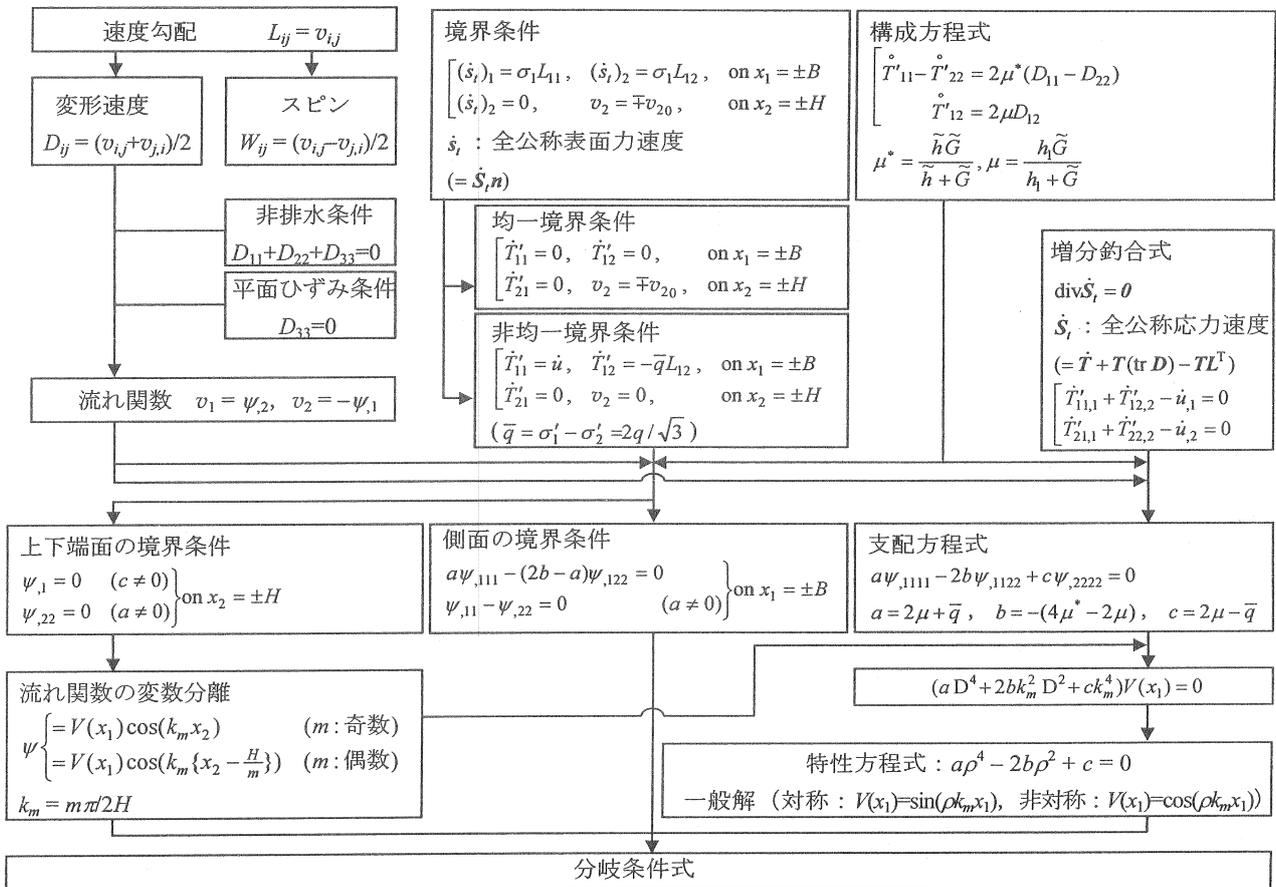


図-3 分岐条件式の誘導フローチャート⁵⁾

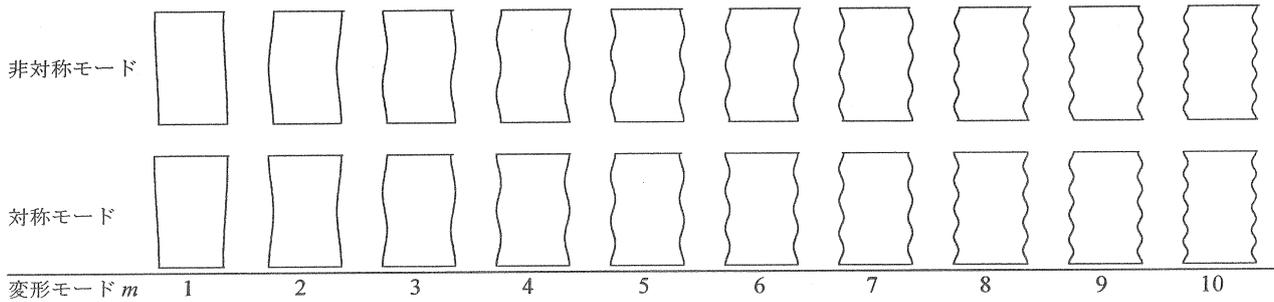


図-4 変形モード概形

表-2 平面ひずみ非排水伸張せん断試験における各領域の判別条件, $V(x_1)$ の一般解, および分岐条件式⁵⁾
 $(A_1, A_2$: 未定定数, $a = 2\mu - \bar{q}$, $b = -(4\mu^* - 2\mu)$, $c = 2\mu + \bar{q}$)

	判別条件	ρ と P, Q および P, Q と a, b, c の関係		$V(x_1)$ の一般解	分岐条件式
EC 領域	$b^2 - ac < 0$	$\rho = P \pm iQ, -(P \pm iQ)$ $P^2 - Q^2 = \frac{b}{a}$ $P^2 + Q^2 = \sqrt{\frac{c}{a}}$	対称 モード	$* \Re[(A_1 + iA_2) \sin\{(P + iQ)k_m x_1\}]$	$\frac{Q \sin(2Pk_m B)}{P \sinh(2Qk_m B)} = \frac{(a-c)\sqrt{a} - 2(a-b)\sqrt{c}}{(a-c)\sqrt{a} + 2(a-b)\sqrt{c}}$
			非対称 モード	$* \Re[(A_1 + iA_2) \cos\{(P + iQ)k_m x_1\}]$	$\frac{Q \sin(2Pk_m B)}{P \sinh(2Qk_m B)} = -\frac{(a-c)\sqrt{a} - 2(a-b)\sqrt{c}}{(a-c)\sqrt{a} + 2(a-b)\sqrt{c}}$
EI 領域	$b^2 - ac > 0,$ $\frac{b}{a} < 0,$ $2\mu > \bar{q} $	$\rho = \pm iP, \pm iQ$ $P^2 - Q^2 = \frac{2\sqrt{b^2 - ac}}{a}$ $P^2 + Q^2 = -\frac{2b}{a}$	対称 モード	$A_1 \sin(P k_m x_1) + A_2 \sin(Q k_m x_1)$	$\frac{P \tanh(Qk_m B)}{Q \tanh(Pk_m B)} = \frac{(1 + P^2)^2}{(1 + Q^2)^2}$
			非対称 モード	$A_1 \cos(P k_m x_1) + A_2 \cos(Q k_m x_1)$	$\frac{P \tanh(Pk_m B)}{Q \tanh(Qk_m B)} = \frac{(1 + P^2)^2}{(1 + Q^2)^2}$
H 領域	$b^2 - ac > 0,$ $\frac{b}{a} > 0,$ $2\mu > \bar{q} $	$\rho = \pm P, \pm Q$ $P^2 - Q^2 = \frac{2\sqrt{b^2 - ac}}{a}$ $P^2 + Q^2 = \frac{2b}{a}$	対称 モード	$A_1 \sinh(P k_m x_1) + A_2 \sinh(Q k_m x_1)$	$\frac{P \tan(Qk_m B)}{Q \tan(Pk_m B)} = \frac{(1 - P^2)^2}{(1 - Q^2)^2}$
			非対称 モード	$A_1 \cosh(P k_m x_1) + A_2 \cosh(Q k_m x_1)$	$\frac{P \tan(Pk_m B)}{Q \tan(Qk_m B)} = \frac{(1 - P^2)^2}{(1 - Q^2)^2}$
P 領域	$2\mu < \bar{q} $	$\rho = \pm P, \pm iQ$ $P^2 - Q^2 = \frac{2b}{a}$ $P^2 + Q^2 = -\frac{2\sqrt{b^2 - ac}}{a}$	対称 モード	$A_1 \sin(P k_m x_1) + A_2 \sinh(Q k_m x_1)$	$\frac{P \tanh(Qk_m B)}{Q \tan(Pk_m B)} = \frac{(1 - P^2)^2}{(1 + Q^2)^2}$
			非対称 モード	$A_1 \cos(P k_m x_1) + A_2 \cosh(Q k_m x_1)$	$\frac{P \tan(Pk_m B)}{Q \tanh(Qk_m B)} = -\frac{(1 - P^2)^2}{(1 + Q^2)^2}$

* $\Re[...]$ は, $[...]$ の実数部分を表す.

る. このとき, 供試体の両側面には, 液圧により一定圧力を作用させた状態で, 変位制御により上下方向にゆっくりと供試体を伸張するものとする. また, 実際の三軸試験等では, 上下端面での摩擦力の影響を軽減するため, 端面にグリース等を塗布する場合も多く認められることから, 上下端面では摩擦は働かないものと仮定する. 供試体は, 変位制御伸張により一様状態および境界条件を保ちながら変形を続け, 分岐時に高さ $2H$, 幅 $2B$ の長方形断面を有する形状へと変形したものと仮定する.

図-3 は, 上記のような条件のもと, 供試体の変形が一様変形状態から非一様変形状態へと移行するかどうかを判定する分岐条件式を誘導する手順を示している⁵⁾. なお, 図-3 中の m は, 変形モードを表しており, 供試体の x_2 軸方向の変形形態を支配するパラメータとなる. 図-4 は,

各変形モードに対応する変形概形を示している. また, 図-3 の手順の結果得られる分岐条件式は, 表-2 に示すとおりとなる⁵⁾. 領域は, 特性方程式の解の形式により分類される^{18), 19)}. 分岐条件式は, 土質定数, 供試体寸法比 B/H が得られている場合には, 応力比 η と m の陰関数となる. したがって, m を仮定することにより, 分岐時の応力比, すなわち分岐荷重 η_b を得ることができる.

分岐現象が発生することを正確に示すためには, 分岐点において一様変形状態が不安定であることを証明することが必要となる. とくに弾塑性体の場合には, 負荷・除荷領域を考慮した全ての仮想変位状態を想定する必要がある. このような証明は, 非常に困難であり, 著者らの知る限り皆無である. しかしながら, 実際の供試体は, 何らかの初期不整を内包している. そのため, 応力比が

表-3 本解析に用いた土質定数

I_p	λ	κ	ν	M	N	D	A
20	0.110	0.0129	0.333	1.284	1.90	0.0323	*(0)0.01
30	0.155	0.0213	0.333	1.234	2.09	0.0405	*(0)0.01
40	0.200	0.0297	0.333	1.183	2.28	0.0487	*(0)0.01
50	0.245	0.0381	0.333	1.133	2.47	0.0569	*(0)0.01
60	0.290	0.0465	0.333	1.082	2.66	0.0651	*(0)0.01

*共軸モデルの場合は $A=0$ ，非共軸モデルの場合は $A=0.01$

分岐荷重に達することにより，供試体は一様変形状態を維持することが困難となり非一様変形状態へと移行するものと考えられる。

4. 解析結果および考察

亀井²⁰⁾は，粘性土の圧密・透水特性やせん断特性と塑性指数 I_p との関係において，各特性の変化傾向が $I_p = 20$ 程度を境として大きく変化することを示し， $I_p \geq 20$ の場合には，粘性土と評価できることを指摘している。本研究では，上記報告例に従い， $I_p \geq 20$ を粘性土として考え， $I_p = 60$ までの粘性土に対して，平面ひずみ非排水伸張載荷を対象とした分岐解析を行った。表-3に本研究で用いた土質定数を示す。非共軸パラメータ A も土固有の定数と考えられることから，他の土質定数と同様に塑性指数に依存する可能性がある。しかしながら，非共軸パラメータ A の値を実験的に明らかにした報告がないことから，ここでは有限変形理論を用いたせん断帯形成理論⁸⁾および分岐解析による数値実験結果²¹⁾に基づいて， $A=0.01$ と仮定した。また，解析に用いる供試体寸法は，分岐時において高さが幅の2倍²²⁾となる場合を対象とする。

4.1 塑性指数の違いが分岐荷重に及ぼす影響

共軸モデルと非共軸モデルの違いが平面ひずみ非排水伸張試験における分岐荷重に及ぼす影響を検討する。図-5は，塑性指数 I_p が40の場合の分岐荷重 η_y と変形モード m の関係を示している。図より，共軸モデルの場合には，変形モード m に対応して，対称モード ($m = 1, 4, 5, 8, 9$) と非対称モード ($m = 2, 3, 6, 7, 10$) のどちらか一方の変形モードの分岐荷重のみ存在していることがわかる。また，分岐荷重は，偶数次変形モードの場合には限界状態近傍の値となる。奇数次変形モードの場合には，分岐荷重は， $m=1$ のとき最小値 ($\eta_y = 1.149$ 程度) を示し，変形モードが増加するのに伴い増大し，次第に限界状態線に漸近する傾向が認められる。このような傾向は，共軸モデルを用いた場合には，分岐荷重に及ぼす幾何学的非線形性の影響が大きいと考えられる。一方，非共軸モデルの場合には，変形モードによらず，対称および非対称変形モードの分岐荷重 ($\eta_y = 1.155$ 程度) が存在

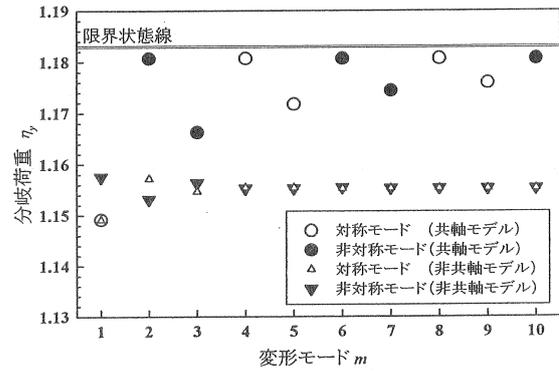


図-5 分岐荷重 η_y と変形モード m の関係 ($I_p = 40$)

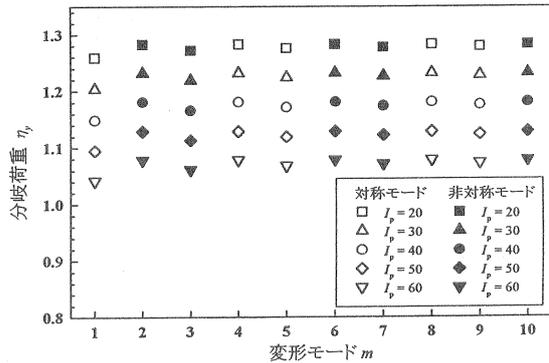


図-6 分岐荷重 η_y と変形モード m の関係 (共軸モデル)

している。なお，対称1次変形モードの分岐荷重は，他の変形モードの場合より僅かに小さく，1.149程度となっている。したがって，非共軸モデルを用いることにより，材料的非線形性が分岐荷重に及ぼす影響が大きくなり，幾何学的非線形性の影響があまり認められなくなったものと推察される。以上のことから，平面ひずみ非排水伸張試験では，対称1次変形モードの分岐荷重が最も低いことから，対称1次変形モードの非一様変形が発生しやすいものと考えられる。また，非共軸モデルの場合には，共軸モデルの場合に比較して，全体的に分岐荷重が低いことから，供試体の変形が一様変形から非一様変形へと遷移しやすいことがわかる。

塑性指数 I_p の違いが平面ひずみ非排水伸張試験における分岐荷重に及ぼす影響について考える。図-6は，共軸モデルの場合の分岐荷重と変形モードの関係を示している。分岐荷重は，変形モードの違いによらず，塑性指数の増加に伴い，減少することがわかる。例えば，対称1次変形モードに着目すると，分岐荷重は， $I_p = 20$ の場合には1.26程度となっているが， $I_p = 60$ の場合には1.04程度に減少している。また，塑性指数の違いによらず，分岐荷重が存在する変形モードは限定されている。

各塑性指数に対する分岐荷重を， $I_p = 20$ の場合の限界応力比 $M_{I_p=20}$ を用いて以下のように表現する。

$$\eta_y = \left(\frac{\eta_y}{M} \right) \left(\frac{M}{M_{I_p=20}} \right) M_{I_p=20} \quad (13)$$

これは，分岐荷重には，各塑性指数の限界応力比 M に対

表-4 $I_p=20$ の M を用いて正規化した各塑性指数の M

I_p	20	30	40	50	60
$M/M_{I_p=20}$	1.00	0.96	0.92	0.88	0.84

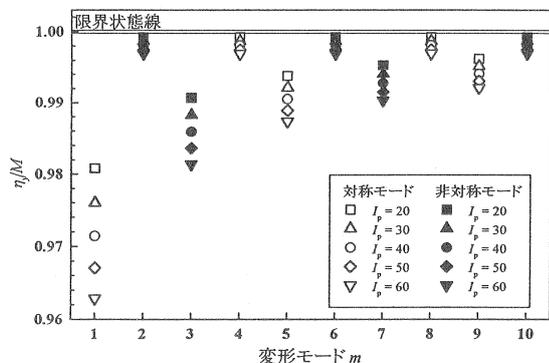
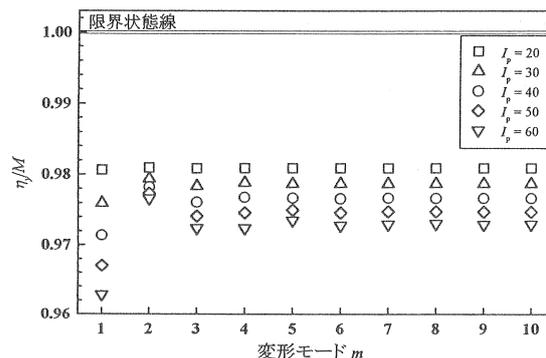


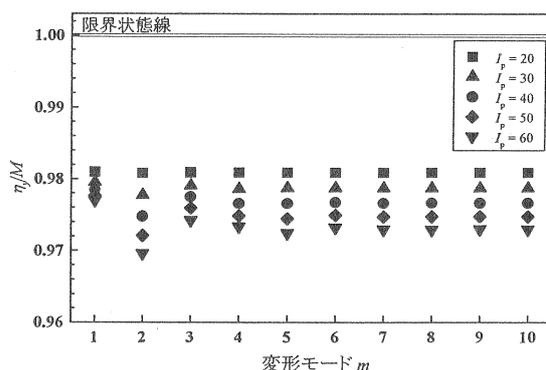
図-7 η_y/M 値と変形モード m の関係 (共軸モデル)

する分岐荷重の割合 η_y/M ，すなわち分岐現象の発生のしやすさと塑性指数の変化に伴う M の変化の影響が混在していることを示したものである。限界状態での応力比 M は、表-4 より、塑性指数の増加に伴って小さくなるのがわかる。したがって、分岐荷重を用いて比較した場合には、塑性指数の違いが分岐現象の発生のしやすさに及ぼす影響を正確に評価できていない可能性が考えられる。そこで、塑性指数の増加に伴う M の減少の影響を取り除くために、各塑性指数における分岐荷重を各塑性指数の M を用いて正規化した η_y/M 値に着目する。図-7 は、共軸モデルを用いた場合の η_y/M 値と変形モード m の関係を示している。図より、 $\eta_y/M = 1.0$ 近傍，すなわち分岐荷重が限界状態近傍となる偶数次変形モードの場合には、塑性指数の増加に伴い η_y/M 値は僅かに減少するが、その値の変化はほとんど認められない。一方、奇数次変形モードの場合には、 η_y/M 値は、変形モード m が増加するのに伴い増大し、 $\eta_y/M = 1.0$ へと漸近する傾向が認められる。また、各変形モードの η_y/M 値は、塑性指数の増加に伴い減少する。その減少傾向は、変形モード m が小さいほど、すなわち η_y/M 値が低いほど顕著になることがわかる。

例えば、変形モード m が大きな対称 9 次変形モードの場合には、 η_y/M 値は、 $I_p = 20$ の場合に 0.996 程度を、 $I_p = 60$ の場合には 0.992 程度を示しており、その減少量は 0.004 程度である。一方、対称 1 次変形モードのように変形モード m が小さい場合には、 I_p が 20 から 60 へと増加するのに伴い、 η_y/M 値は 0.981 程度から 0.963 程度へと変化し、0.018 程度の減少を示すことがわかる。したがって、他の変形モードより分岐荷重が小さな値となる、すなわち分岐現象が発生しやすい変形モードの場合には、塑性指数が増加するのに伴い、さらに分岐現象が発生しやすくなることがわかる。一方、分岐荷重が大きな値と



(a) 対称モード



(b) 非対称モード

図-8 η_y/M 値と変形モード m の関係 (非共軸モデル)

なる、すなわち分岐現象が発生しにくい変形モードの場合には、分岐荷重は塑性指数の影響をほとんど受けないことが明らかとなった。なお、図-6 では、分岐荷重の減少量が、変形モードによらず、ほぼ一定値となっているので塑性指数が大きい場合には、分岐現象が発生しやすくなることは推察できるが、図-7 のような詳細な検討は困難となる。

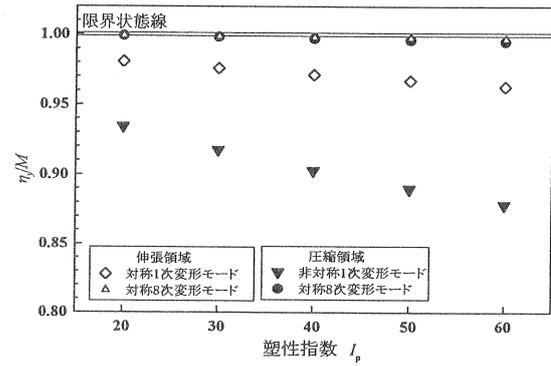
図-6 と図-7 の違いから得た知見を考慮し、平面ひずみ非排水伸張試験において、非共軸モデルを用いた場合に、塑性指数の違いが分岐現象の発生のしやすさに及ぼす影響について検討する。図-8(a), (b) は、非共軸モデルを用いた場合の η_y/M 値と変形モード m の関係を示している。 $m \geq 3$ の場合には、各塑性指数の η_y/M 値は、変形モードの違いによらず一定値となっている。その値は、塑性指数が増加するのに伴い僅かに減少し、その範囲は 0.981~0.973 程度であった。一方、対称 1 次変形モードと非対称 2 次変形モードの場合には、塑性指数の増加に伴う η_y/M 値の減少量は、他の変形モードの場合より大きなものとなった。とくに、対称 1 次変形モードの場合には、 η_y/M 値は、 I_p が 20 から 60 へと増加するのに伴い、0.981 程度から 0.963 程度へと減少しており、その減少量は、他の変形モードにおける減少量の約 2 倍となった。したがって、非共軸モデルの場合には、分岐現象は、変形モードによらず、塑性指数が増加するのに伴い発生しやすくなる。

以上のことから、平面ひずみ非排水伸張試験では、 I_p

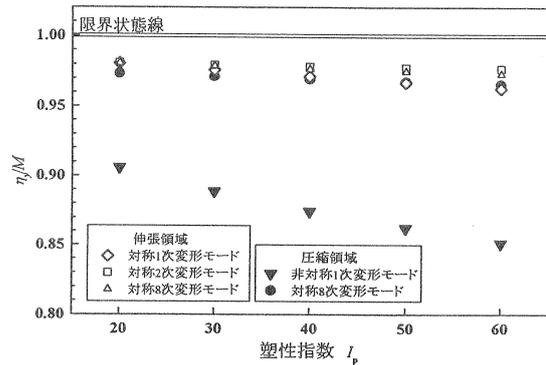
が20から60へと増加しても、 η_p/M 値の減少量は、高々2%程度あることがわかる。一方、表-4より、限界状態での応力比 M は、 I_p が20から60へと増加するのに伴い16%程度も減少することがわかる。したがって、平面ひずみ非排水伸張試験では、分岐荷重 η_p は、塑性指数の変化に伴う M の変化による影響を多大に受けているものと推察される。

塑性指数の違いが平面ひずみ非排水伸張試験および平面ひずみ非排水圧縮試験における分岐現象の発生のしやすさに及ぼす影響を検討するために、各試験において代表的な変形モードに対する η_p/M 値と塑性指数 I_p の関係を示す(図-9(a), (b))。低次変形モードを代表し、最小分岐荷重を示すものとして伸張試験では対称1次変形モードを、圧縮試験では非対称1次変形モードを選定した。また、高次変形モードを代表し、変形モードの違いが分岐荷重に及ぼす影響が小さいものとして対称8次変形モードを取り上げた。さらに、非共軸モデルの場合には、伸張試験でよく観察される「絞込み破壊」と変形形状が非常に似ている伸張試験の対称2次変形モードの結果も合わせて示した(図-4)。

共軸モデルと非共軸モデルおよび伸張試験と圧縮試験の違いに関わらず、高次変形モードを代表する対称8次変形モードの η_p/M 値は、塑性指数の変化とは無関係に一



(a) 共軸モデル



(b) 非共軸モデル

図-9 η_p/M 値と塑性指数 I_p の関係

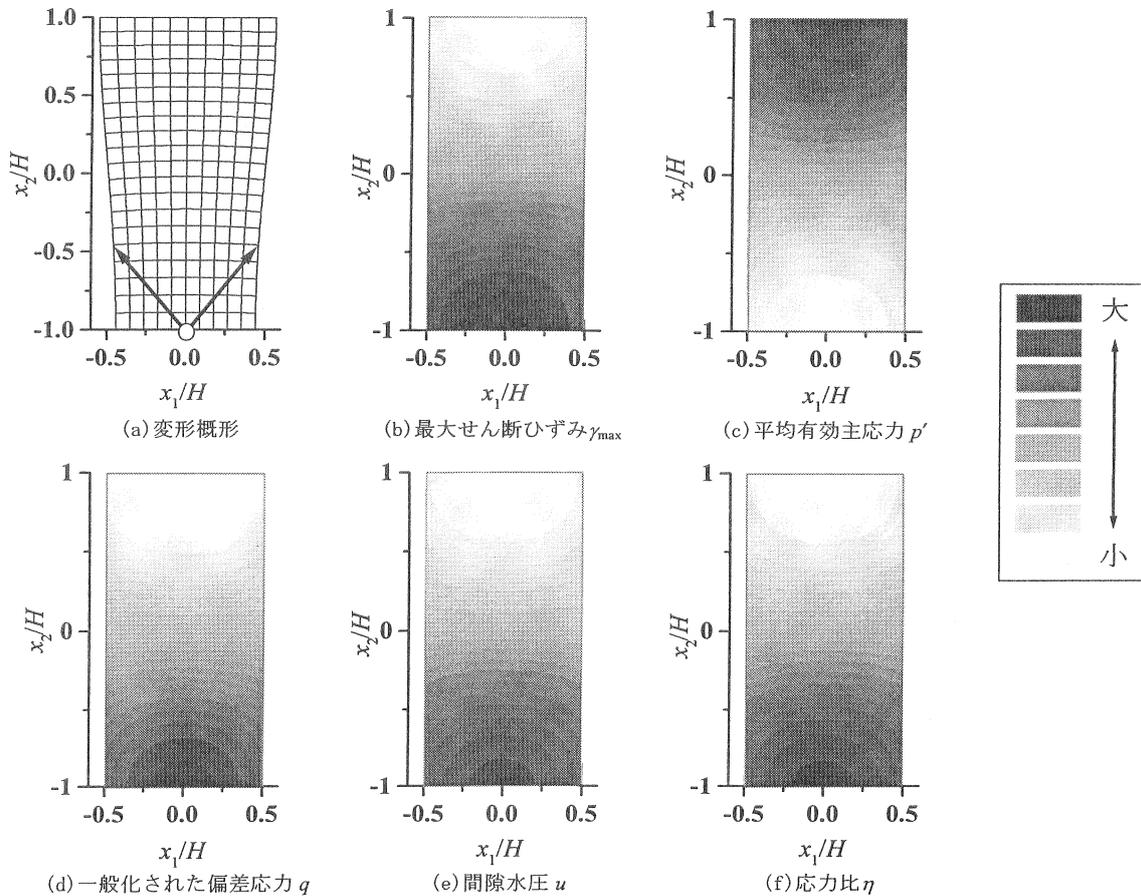


図-10 変形概形と最大せん断ひずみおよび応力状態量の分布性状 (非共軸モデル・ $I_p = 40$ ・対称1次変形モード)

定値となっている。また、このような傾向は、非共軸モデルを用いた伸張試験での対称2次変形モードの η_p/M 値でも認められた。一方、伸張および圧縮試験において最小分岐荷重を示す対称1次変形モードおよび非対称1次変形モードの η_p/M 値は、塑性指数の増加に伴って直線的に減少する。その傾向は、伸張試験の場合よりも圧縮試験の場合において顕著となることが明らかとなった。

伸張試験と圧縮試験の違い、すなわち境界条件の違いが分岐現象の発生しやすさに及ぼす影響を検討するために、各試験において最小の η_p/M 値となる変形モードに着目する。圧縮試験の非対称1次変形モードの η_p/M 値が伸張試験の対称1次変形モードの η_p/M 値より小さいことから、分岐現象は、伸張試験より圧縮試験において発生しやすいことがわかる。

4.2 塑性指数の違いが分岐時の供試体内の最大せん断ひずみおよび応力状態量の分布性状に及ぼす影響

分岐解析結果から得られた分岐時の速度場を用いて、分岐時の供試体内の最大せん断ひずみおよび応力状態量(p' , q , u , η)の分布性状を明らかにするとともに、塑性指数の違いがそれらの分布性状に及ぼす影響および供試体内に形成されるすべり面の発生位置およびその形態について考察する。伸張試験では、供試体は高さの3分

の1程度の位置において絞込み破壊となる場合が多く認められる⁹⁾。このような実験的事実を考慮し、ここでは、実際に認められる供試体の破壊形状と類似した対称1次および対称2次変形モードの場合に着目する。

最大せん断ひずみおよび応力状態量の分布とすべり面の関係について考察を行う。すべり面は、局所的に最大せん断ひずみが大きくなり、最終的に変位の不連続を生じることにより、発生するものと考えられる。したがって、最大せん断ひずみの大きな位置がすべり面の発生位置となることが予測される。一方、応力状態量に着目すると、以下のようにすべり面の発生位置を予測できる。なお、ここでは、ある先行圧密条件において非排水せん断を行っている場合を対象として議論する。偏差応力 q が大きくなる場合には、材料に大きなせん断応力が作用することとなるので破壊が発生しやすくなる。また、平均有効主応力 p' の限界状態時のせん断強さ q_c は、限界状態での応力比 M を用いて、 Mp' と表現できることから、 p' が減少すると q_c も減少する。したがって、 p' が小さな位置では破壊が発生しやすくなることが推察できる。間隙水圧 u の増加は、平均有効応力を減少させることから、 u の大きな位置は、すべり面の発生位置となりうる。応力比 η は、 $\eta = M$ のときが限界状態であるから、 η が大きくなるのに伴い破壊に近づくこととなる。

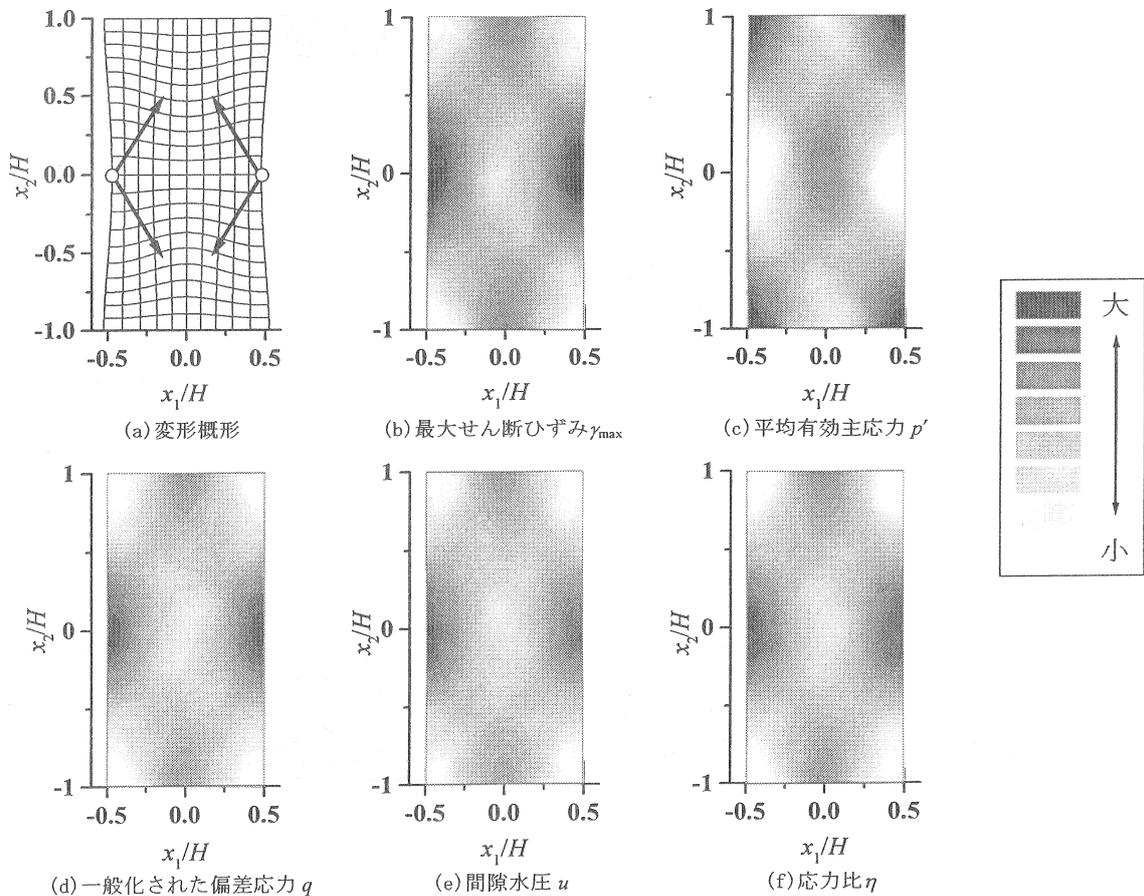


図-11 変形概形と最大せん断ひずみおよび応力状態量の分布性状 (非共軸モデル・ $I_p = 40$ ・対称2次変形モード)

対称1次変形モードが発生する場合の最大せん断ひずみおよび応力状態量の分布性状には、共軸モデル・非共軸モデル、および塑性指数 I_p が 20 から 60 の違いによらず、いずれの場合にも大きな違いは認められなかった。このことは、低次変形モードの場合には、供試体内の最大せん断ひずみおよび各応力状態量は、幾何学的特性が材料的特性より顕著に認められたためであろう。そこで、代表的な例として、非共軸モデルを用い $I_p = 40$ の場合の結果を図-10 に示す。図に示すように供試体下部が絞り込まれ、上部が膨らむような変形となる対称1次変形モードが生じる場合には、最大せん断ひずみは供試体下部中央付近で大きな値となる(図-10(b))。したがって、すべり面は、図-10(a)の白丸付近から矢印の方向へ進展するものと考えられる。応力状態量の分布に着目すると、供試体下部の中央付近で q , u , η が大きくなり、 p' が小さくなっている(図-10(c)~(f))。したがって、応力状態量の分布から予測するすべり面も、最大せん断ひずみの分布から予測されるものと同様の形態となる。

非共軸モデルを用いた場合の対称2次変形モードの最大せん断ひずみおよび応力状態量の分布性状には、 I_p が 20 から 60 の範囲では、いずれの場合にも大きな違いは認められなかった。本研究では、代表的な例として、 $I_p = 40$ の場合の結果を図-11 に示す。なお、共軸モデルの場合には、塑性指数の違いによらず、対称2次変形モードの分岐荷重は存在していない(図-6)。

図-11(a)に示すように、供試体中央部が絞り込まれるような変形形態となる対称2次変形モードの場合には、最大せん断ひずみが最大となる位置は、供試体側面の中央付近であり、供試体上下端面の中央付近も比較的大きくなっていることがわかる(図-11(b))。したがって、すべり面は、側面中央付近(図-11(a)の白丸)から発生し始め、最大せん断ひずみ分布が比較的大きい上下端面中央付近へと進展していくものと予測される。このようなすべり面形成の予測は、応力状態量を用いて行っても同様の結果となる。前述したように、実際の伸張試験で観察される供試体の破壊時の変形形状は、図-11(a)と非常に似ている。したがって、伸張試験では、すべり面は供試体の絞り込まれた表面付近から形成される可能性が高いものと考えられる。

5. 結論

本研究では、種々の塑性指数を有する粘性土供試体に対して平面ひずみ条件下で非排水伸張せん断試験を行う場合について、分岐解析を行った。その結果得られた主要な結論を以下に列記する。

- 1) 構成式に非共軸性を考慮することにより、分岐荷重は減少することが明らかとなり、材料的非線形性が顕著となることが示唆された。
- 2) 塑性指数が増加するのに伴い、分岐荷重は減少する

ことが示された。その原因としては、塑性指数の増加に伴う限界状態の応力比の低下による影響が大きいものと考えられる。

- 3) 平面ひずみ非排水伸張せん断試験では、圧縮試験と比較して、限界状態での応力比に対する分岐荷重の減少割合が小さいことが示された。
- 4) 本研究で対象とした対称1次および対称2次変形モードの非一様変形が発生する場合には、分岐時の最大せん断ひずみおよび応力状態量の分布に及ぼす塑性指数の影響は極めて小さいことが明らかとなった。

分岐解析から得られる分岐荷重を地盤の支持力などの設計に適用することにより、従来から設計に用いられている安全率の信頼性の向上に繋がるものと考えている。

参考文献

- 1) Ladd, C. C., Foott, R., Ishihara, K., Schlosser, F. and Poulos, H.: Stress-deformation and strength characteristics, State-of-the-Art-Report, *Proceedings of 9th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Tokyo, Japan, Vol.2, pp.421-494, 1977.
- 2) 志比利秀, 矢富盟祥, 亀井健史: 平面ひずみ非排水圧縮条件下における供試体寸法比の変化が正規圧密粘性土の分岐荷重に及ぼす影響, 土木学会論文集, No.666/III-53, pp.181-192, 2000.
- 3) 志比利秀, 亀井健史, 松森将樹: 分岐解析結果に基づいた分岐荷重近傍における力学的状態量の評価, 地盤と建設, Vol.18, No.1, pp.19-25, 2000.
- 4) 志比利秀, 亀井健史, 岩田佳代子: 平面ひずみ非排水条件下における分岐荷重近傍の応力状態と土質定数の関係, 土木構造・材料論文集, No.17, pp.113-120, 2001.
- 5) 志比利秀, 亀井健史, 矢富盟祥: 粘性土の平面ひずみ非排水伸張試験における分岐解析とその圧縮試験との比較, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.5, pp.357-366, 2002.
- 6) 志比利秀, 亀井健史: 平面ひずみ非排水伸張試験における分岐時の供試体内応力状態の評価, 第47回地盤工学シンポジウム論文集, pp.91-98, 2002.
- 7) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Thurairajah, A.: Yielding of clays in states wetter than critical, *Geotechnique*, vol.13, pp.211-240, 1963.
- 8) Yatomi, C., Yashima, A., Iizuka, A. and Sano, I.: General theory of shear bands formation by a non-coaxial Cam-clay model, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.3, pp.41-53, 1989.
- 9) Kamei, T.: A study on the mechanical behavior of normally consolidated cohesive soils, *thesis presented to the Tokyo Institute of Technology*, at Tokyo, Japan, in partial fulfillment of the requirements for the degree of

- Doctor Engineering, 1985.
- 10) Kamei, T.: Dilatancy characteristics of normally consolidated cohesive soils, *Soils and Foundations*, Vol.29, No.1, pp.165-172, 1989.
 - 11) Nakase, A., Kamei, T. and Kusakabe, O.: Constitutive parameters estimated by plasticity index, *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, Vol.114, No.7, pp.844-858, 1988.
 - 12) Kamei, T. and Sakajo, S.: Evaluation of undrained shear behavior of K_0 -consolidated cohesive soils using elasto-viscoplastic model, *Computers and Geotechnics*, Vol.17, No.3, pp. 397-417, 1995.
 - 13) Kamei, T.: An integrated evaluation of the mechanical behavior of normally consolidated cohesive soils, *Geological Reports of Shimane University*, No.14, pp.1-14, 1995.
 - 14) Kamei, T.: Experimental and numerical investigation of the undrained shear characteristics of undisturbed clay, *Earth Science*, Vol.50, No.3, pp.213-222, 1996.
 - 15) Sakajo, S. and Kamei, T.: Simplified deformation analysis for embankment foundation using elasto-plastic model, *Soils and Foundations*, Vol.36, No.2, pp.1-11, 1996.
 - 16) Kamei, T. and Sakajo, S.: A deformation analysis of deep foundation under embankment using an elasto-viscoplastic model, *Journal of the Japan Society of Engineering Geology*, Vol.39, No.2, pp.183-192, 1998.
 - 17) 中瀬明男：新体系土工学 84 海洋土質，土木学会編，技報堂，p.144, 1984.
 - 18) Hill, R. and Hutchinson, W.: Bifurcation phenomena in the plane tension test, *Journal of the Mechanics and Physics Solids*, Vol. 23, pp. 239-264, 1975.
 - 19) Young, N. J. B.: Bifurcation phenomena in the plane compression test, *Journal of the Mechanics and Physics Solids*, Vol. 24, pp. 77-91, 1976.
 - 20) 亀井健史：“中間土，砂か粘土か，第2章 中間土の力学的性質”，土質工学会，pp.7-54, 1992.
 - 21) 志比利秀，亀井健史，東原聡子：非共軸パラメータの違いが分岐荷重に及ぼす影響，土木構造・材料論文集，No.16, pp.159-167, 2000.
 - 22) 例えば，土質工学会編：土の試験実習書（第二回改訂版），pp.133-158, 1991.