

## 定ひずみ速度圧密試験の新しい整理方法の提案

## A New Analysis Method for the Constant Rate of Strain Consolidation Test

吉 国	洋*	(Hiroshi Yoshikuni)
森 脇	武 夫**	(Takeo Moriwaki)
永 木	洋 平***	(Youhei Nagaki)
平 尾	隆 行***	(Takayuki Hirao)

定ひずみ速度圧密試験は、近年、急速圧密試験としての有用性や適用性の広さが認められ、いくつかの国で基準化され、通常の調査・設計業務に用いられるようになってきた。この試験で算出される圧密定数は、ASTMなどの基準をはじめとして、体積圧縮係数 $m_v$ と透水係数 $k$ を一定とする線形弾性圧密理論を用いて求められている。しかし、通常の粘土の応力～ひずみ関係および透水特性は非線形的であるため、ひずみの増加に対して圧密荷重が指数的に増加する連続荷型の圧密試験ではこの $m_v$ と $k$ を一定とする仮定は妥当なものとは言えない。

そこで本研究では、 $m_v$ と $k$ が変化する実際の粘土に対する定ひずみ速度圧密試験の圧密定数を、 $m_v$ と $k$ を一定とする線形弾性圧密理論に基づいて算出することの問題点を理論的に検討するとともに、定ひずみ速度圧密試験で $m_v$ と $k$ の変化を考慮して圧密定数を算出する方法を新たに提案した。さらに、数種類の粘土に対して行なわれた定ひずみ速度圧密試験を両方法で整理し標準圧密試験結果とも比較した結果、ひずみを制御する定ひずみ速度圧密試験の整理は、ひずみに基づく提案法の方が合理的であることを示した。

キーワード：圧密係数、基準、試験方法、定ひずみ速度圧密試験、粘性土、ひずみ、飽和土 D 5

## 1. まえがき

定ひずみ速度圧密試験とは、片面排水条件の飽和粘性土試料を一定の変位速度で連続的かつ一次的に圧縮し、その際の載荷重と非排水面での過剰間隙水圧を測定して圧密圧力と間隙比の関係や圧密定数などを求めようとする連続荷型の圧密試験である。この試験は、これまで、圧密試験結果に及ぼすひずみ速度の影響を調べたり、連続的な圧密圧力と間隙比の関係を求めるためなど限られた目的に対してのみ行なわれる特殊圧密試験と位置付けられてきた。しかし、近年、定ひずみ速度圧密試験は、急速圧密試験としての有用性や適用性の広さが認められ、いくつかの国で基準化され、通常の調査・設計業務に用いられるようになってきた。わが国でも土質工学会に定ひずみ速度圧密試験方法基準化委員会が設置され、平成4年度を目前に基準化が進められている。

ASTMなどの基準<sup>1), 2), 3)</sup>をはじめとして、この定ひずみ速度圧密試験で算出される圧密定数は、標準圧密試験と同様に体積圧縮係数 $m_v$ と透水係数 $k$ を一定とする線形弾性圧密理論を用いて求められている。通常の粘

土の応力～ひずみ関係および透水特性は非線形的であるため、この $m_v$ と $k$ を一定とする仮定には多少無理がある。しかし、段階荷型の標準圧密試験では、各荷重段階ごとを区分線形近似して圧密定数を求めているため、 $m_v$ と $k$ を各段階ごとに一定とする仮定はこの場合それほど無理な近似とは言えない。ところが、連続荷型の定ひずみ速度圧密試験では、圧密荷重が大きく変化する試験開始から終了までの試験領域全てに対して $m_v$ と $k$ を一定と仮定して圧密定数を算出することになるため、定ひずみ速度圧密試験ではこの仮定はあまり妥当なものとは言えない。

また、近年のコンピュータの目覚ましい発達と数値計算法の進歩によって、非線形な応力～ひずみ関係と透水特性を用いた圧密解析も容易に行えるようになってきた。例えば、浚渫埋立て粘土の圧密は、 $m_v$ 、 $k$ 、および層厚の変化を考慮した圧密理論を用い、差分計算などによって解析されることが多い。その際、解析法との整合性を保つためには、解析に用いる圧密定数も $m_v$ と $k$ の変化を考慮した圧密理論を用いて圧密試験から求めてやる

\*広島大学工学部第四類（建設系）教授、 \*\*広島大学工学部第四類（建設系）助手、

\*\*\*広島大学大学院工学研究科構造工学専攻 博士課程前期

必要がある。

以上の点を踏まえて、本研究では、 $m_v$  と  $k$  が変化す  
る実際の粘土に対する定ひずみ速度圧密試験の圧密定数  
を、 $m_v$  と  $k$  を一定とする線形弾性圧密理論に基づいて  
算出することの問題点を理論的に検討するとともに、定  
ひずみ速度圧密試験で  $m_v$  と  $k$  の変化を考慮して圧密定  
数を算出する方法を新たに提案する。さらに、数種類の  
粘土に対して行なわれた定ひずみ速度圧密試験を両方法  
で整理し、標準圧密試験結果とも比較しながら提案法の  
適用性を検証する。なお、定ひずみ速度圧密試験ではひ  
ずみが 30% 以上になるまで連続載荷するため、本来は  
有限ひずみ理論を適用すべきであるが、有限ひずみ理論  
に基づく定ひずみ速度圧密試験の解析解はあまり容易に  
求めることができないため、本論文での理論展開は微小  
ひずみの仮定に基づいて行い、後でその補正をする方法  
を採用する。

## 2. $m_v$ と $k$ を一定とする整理方法 (従来法)

A S T M をはじめとする定ひずみ速度圧密試験の基準  
では、体積圧縮係数  $m_v$  と透水係数  $k$  を一定とした線形  
弾性圧密理論を用いて圧密定数が算出されている<sup>11)・21)・  
22)</sup>。以下に、この整理方法がどのようにして導き出され  
ているかを簡単に振り返り、その問題点を検討する。

### (1) 圧密係数 $c_v$

ここでは、まず、定ひずみ速度圧密試験の支配方程式  
を示したのち、その境界条件が時間的に変化せず、定常  
状態に達することを示す。その後、定常状態での定ひず  
み速度圧密試験の解を求め、この解を利用して圧密係数  
 $c_v$  を算出する方法を示す。

#### ・支配方程式

体積圧縮係数  $m_v$  と透水係数  $k$  を一定とした場合、す  
なわち線形弾性圧密理論を用いたときの定ひずみ速度圧  
密試験における支配方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{d p}{d t} \quad (1)$$

上式は、応力の分担式  $p = \sigma' + u$  を考慮すれば、

$$\frac{\partial \sigma'}{\partial t} = c_v \cdot \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial z^2} \quad (2)$$

とも書き表せる。また、線形弾性では

$$\sigma' = \frac{1}{m_v} \cdot \varepsilon \quad (3)$$

を仮定してしているの、式 (2) は

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = c_v \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} \quad (4)$$

となり、この場合、式 (1)、式 (2)、および式 (4)

は等価である。

#### ・境界条件

そして、定ひずみ速度圧密試験の試験条件は、

$$\frac{d \bar{\varepsilon}(t)}{d t} = \frac{1}{H} \int_0^H \frac{\partial \varepsilon(z, t)}{\partial t} d z = r (= \text{const.}) \quad (5)$$

で表される。ここに、 $\bar{\varepsilon}$  と  $r$  はそれぞれ供試体全体の平均  
ひずみと平均ひずみ速度である。

一方、平均有効圧密圧力  $\bar{\sigma}'$  の時間的变化は、

$$\frac{d \bar{\sigma}'(t)}{d t} = \frac{1}{H} \int_0^H \frac{\partial \sigma'(z, t)}{\partial t} d z \quad (6)$$

であり、式 (2) を考慮すると、

$$\frac{d \bar{\sigma}'(t)}{d t} = \frac{c_v}{H} \int_0^H \frac{\partial^2 \sigma'(z, t)}{\partial z^2} d z \quad (7)$$

となる。上式の右辺を積分すると、

$$\frac{d \bar{\sigma}'(t)}{d t} = \frac{c_v}{H} \left[ \frac{\partial \sigma'(z, t)}{\partial z} \right]_0^H$$

となり、上式に式 (3) と式 (5) を考慮すると、

$$\left[ \frac{\partial \sigma'(z, t)}{\partial z} \right]_0^H = \frac{r \cdot H}{m_v \cdot c_v} (= \text{const.}) \quad (8)$$

となる。

ここで、供試体の非排水面での境界条件は、

$$\frac{\partial \sigma'}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0 \quad (9)$$

であるため、式 (8) から排水面でも

$$\frac{\partial \sigma'}{\partial z} \Big|_{z=0} = - \frac{r \cdot H}{m_v \cdot c_v} (= \text{const.}) \quad (10)$$

が成立する。

式 (2) で示されるような放物型の微分方程式の解は、  
境界条件が式 (9) と式 (10) で示されるように時間的  
に変化しない場合には、時間が経過すると定常状態に達  
する。

#### ・定常状態での解

したがって、定ひずみ速度圧密試験において定常状態  
に達したときの圧密方程式は、式 (3) と式 (5) を考  
慮すると、

$$\frac{\partial \sigma'}{\partial t} = c_v \cdot \frac{\partial^2 \sigma'}{\partial z^2} = \frac{r}{m_v} \quad (11)$$

となる。

この式を境界条件、

$$t = t, \quad z = H \text{ で } \frac{\partial \sigma'}{\partial z} = 0 \quad (12. a)$$

$$t = t, \quad z = 0 \text{ で } \sigma' = p \quad (12. b)$$

のもとで  $z$  に関して積分すると、定ひずみ速度圧密試験  
における定常状態での有効応力分布が次式のように求め  
られる。

$$\sigma' = p - \frac{r}{m_v \cdot c_v} \cdot \left( H \cdot z - \frac{z^2}{2} \right) \quad (13)$$

また、応力の分担式  $p = \sigma' + u$  を考慮すると、定ひずみ速度圧密試験における定常状態での間隙水圧分布は次式で表せる。

$$u = \frac{r}{m_v \cdot c_v} \cdot \left( H \cdot z - \frac{z^2}{2} \right) \quad (14)$$

ここで注目すべきことは、式(14)の  $u$  が  $z$  だけの関数であることである。すなわち、

$$\frac{d u}{d t} = 0 \quad (15)$$

であり、式(3)と式(13)を考慮すれば、

$$\begin{aligned} \frac{d \sigma'}{d t} &= \frac{d p}{d t} \\ &= \frac{1}{m_v} \cdot \frac{d \varepsilon}{d t} = \frac{r}{m_v} \end{aligned} \quad (16)$$

となる。

・圧密係数  $c_v$  の求め方

いま、 $t = t$ 、 $z = H$  の間隙水圧を  $u = u_b$  とおくと、式(14)は、

$$u_b = \frac{r \cdot H^2}{2 \cdot m_v \cdot c_v} = \frac{H^2}{2 \cdot c_v} \cdot \frac{d p}{d t} \quad (17)$$

となり、定ひずみ速度圧密試験の圧密係数  $c_v$  は、

$$c_v = \frac{H^2}{2 \cdot u_b} \cdot \frac{d p}{d t} \quad (18)$$

で求められる。

この式は、Wissar<sup>4)</sup>、Lee<sup>5)</sup>などによって導かれ、ASTMやSGIの基準で用いられているものと同じである。

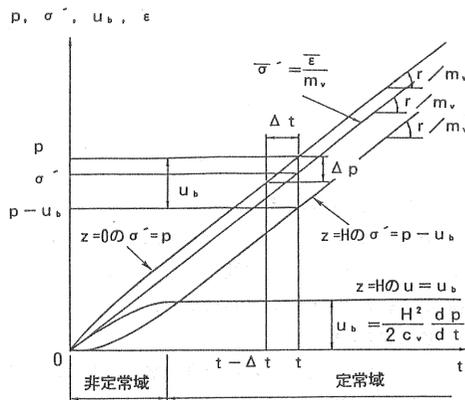


図-1  $m_v$ と $k$ が一定の場合の定ひずみ速度圧密試験における各量の挙動

式(15)、式(16)、および式(17)から、 $m_v$ と $k$ を一定とした場合、すなわち線形弾性体に対する定ひずみ速度圧密試験で生じる応力、ひずみ、間隙水圧挙動は図-1のようになることがわかる。なお、非定常域における各量の挙動については、理論解がWissar<sup>4)</sup>などによって求められており、Appendixに示す。

また、式(18)は微小ひずみ理論を用いて導出されたものであるため、 $H$ は初期層厚 $H$ 。を取るべきであるが、標準圧密試験と同様に微小ひずみの解を有限ひずみに適用するための操作を行い、 $H$ を $H(t)$ に置き換えて整理される場合が多い。

(2) 体積圧縮係数  $m_v$

一方、体積圧縮係数  $m_v$  は、 $\Delta t$ でのひずみと応力の変化を考えて、次のようにして求められる。すなわち、 $\Delta t$ 間でのひずみの変化  $\Delta \varepsilon$  は、

$$\Delta \varepsilon = \frac{\Delta H}{H} \quad (19)$$

で求められる。ここに、 $\Delta H$ は $\Delta t$ 間での供試体の圧縮量である。また、定常状態における $\Delta t$ 間の応力の変化は、式(16)より $\Delta \sigma' = \Delta p$ となるため、式(3)を用いると、時間 $t - \Delta t \sim t$ での体積圧縮係数  $m_v$  は、次式によって求めることができる。

$$m_v = \frac{d \varepsilon}{d \sigma'} = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta \sigma'} = \frac{\Delta H}{H \cdot \Delta p} \quad (20)$$

(3) 平均間隙比  $\bar{e}$  と平均有効圧密圧力  $\bar{\sigma}'$

また、任意時間  $t$ での平均間隙比  $\bar{e}$  と平均有効圧密圧力  $\bar{\sigma}'$  は、次のようにして求められる。すなわち、平均間隙比  $\bar{e}$  は、

$$\begin{aligned} \bar{e} &= e_0 - (1 + e_0) \frac{d \bar{\varepsilon}}{d t} \cdot t \\ &= e_0 - (1 + e_0) \frac{\Delta H}{H} \end{aligned} \quad (21)$$

で求められる。

一方、平均有効圧密圧力  $\bar{\sigma}'$  は式(13)の平均をとると

$$\bar{\sigma}' = p - \frac{r \cdot H^2}{3 \cdot m_v \cdot c_v} \quad (22)$$

となり、さらに式(18)を考慮すると、

$$\bar{\sigma}' = p - \frac{2}{3} \cdot u_b \quad (23)$$

となる。

したがって、定ひずみ速度圧密試験の  $e \sim p$  関係は、式(21)と式(23)で求められる平均間隙比  $\bar{e}$  と平均有効圧密圧力  $\bar{\sigma}'$  を用いて描かれる。なお、前述したように、有限ひずみに対応するために、 $H$ を $H(t)$ に取って整理される場合も多い。

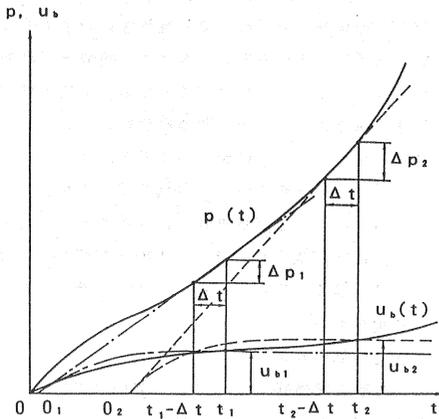


図-2 実際の定ひずみ速度圧密試験で観測される各量の挙動と従来法によるフィッティング

(4) 従来の整理方法の問題点

実験に供される粘土の変形特性と透水特性が  $m_v = \text{一定}$ 、 $k = \text{一定}$  なら、この整理方法を用いて  $c_v$  を算出しても何の問題も生じない。しかし、通常の粘土では  $m_v$  と  $k$  が変化するのが普通であり、載荷重  $p$  や過剰間隙水圧  $u_s$  の挙動も図-1 のようにはならない。図-2 の実線は実際の定ひずみ速度圧密試験で観測される各量の典型的な挙動 (図-6 参照) を示したものである。

通常の粘土を用いた定ひずみ速度圧密試験では、供試体の全ての点のひずみ速度が一定となる定常状態に達した後も、応力挙動は非定常で、

$$\frac{d^2 p}{dt^2} > 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} > 0 \quad (24)$$

という状態で  $p(t)$  と  $u(z,t)$  は増加する。したがって、

$$\frac{dp}{dt} = \text{const.}, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = 0 \quad (25)$$

になるとした従来の整理方法は、実際に即したものとは言えない。この従来法で実際の粘土の定ひずみ速度圧密挙動を整理するという事は、図-2 において  $t = t_1$  では一点鎖線、 $t = t_2$  では破線のようなフィッティングを行なって  $c_v$  を求めたことを意味しており、フィッティング面から見ても不適当である。式 (16) から明らかのように  $m_v$  と  $k$  を一定とした場合のひずみ速度と応力速度は線形関係にあり、応力速度で  $c_v$  を求めるこの整理方法は、むしろ圧密圧力を一定速度で増加させる定率漸増載荷圧密試験の整理方法としてふさわしいものである。

また、この方法では  $\Delta t$  の取り方によって  $\Delta p / \Delta t$  の値が変わり、異なった  $c_v$  の値が算出されるという欠

点も有している。

3.  $m_v$  と  $k$  の変化を考え  $c_v$  を一定とした整理方法 (提案法)

前述したように通常の粘土では圧密の進行にともなう  $m_v$  と  $k$  は変化するのが普通である。さらに、 $m_v$  と  $k$  の比、すなわち  $c_v$  も変化する可能性があるが、それを考えると問題が複雑になり過ぎるため、ここでは  $c_v = \text{一定}$  という条件のもとで議論を進めたい。

(1) 圧密係数  $c_v$

ここでも、第2章と同様な手順で圧密係数  $c_v$  を求める方法を示す。

・支配方程式

$m_v$  と  $k$  が変化する  $c_v$  は一定とする場合の支配方程式は、 $m_v$  と  $k$  が一定の場合と同じ式 (4) で表せる<sup>9)</sup>。

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = c_v \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} \quad (4)$$

・境界条件

定ひずみ速度条件は、 $m_v$  と  $k$  が一定の場合と同様に、式 (5) のように表せるため、式 (4) を考慮すると、

$$\frac{d \bar{\varepsilon}(t)}{dt} = \frac{c_v}{H} \int_0^H \frac{\partial^2 \varepsilon(z,t)}{\partial z^2} dz \quad (26)$$

となる。上式の右辺を積分すると、

$$\frac{d \bar{\varepsilon}(t)}{dt} = \frac{c_v}{H} \left[ \frac{\partial \varepsilon(z,t)}{\partial z} \right]_0^H$$

となり、上式に定ひずみ速度条件式 (5) を考慮すると、

$$\left[ \frac{\partial \varepsilon(z,t)}{\partial z} \right]_0^H = \frac{r \cdot H}{c_v} (= \text{const.}) \quad (27)$$

となる。

この式において、非排水境界面では

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \Big|_{z=H} = 0 \quad (28)$$

であるため、排水境界面では

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \Big|_{z=0} = - \frac{r \cdot H}{c_v} (= \text{const.}) \quad (29)$$

が成立する。

$m_v$  と  $k$  が一定の場合と同様に、式 (4) で示される放物型の微分方程式の解は、境界条件が式 (28) と式 (29) で示されるように時間的に変化しない場合、ある時間が経過すると定常状態に達する。

・定常状態での解

したがって、定ひずみ速度圧密試験で定常状態に達したときの圧密方程式は、

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = c_v \cdot \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial z^2} = r (= \text{const.}) \quad (30)$$

となる。

この式を以下の境界条件のもとで、

$$t = t, z = H \text{ で } \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} = 0 \quad (31. a)$$

$$t = t, z = 0 \text{ で } \varepsilon = \varepsilon(0, t) \quad (31. b)$$

z に関して積分すると、定ひずみ速度圧密試験における定常状態でのひずみ分布は、次式のように求められる。

$$\varepsilon = \varepsilon(0, t) - \frac{r}{c_v} \cdot \left( H \cdot z - \frac{z^2}{2} \right) \quad (32)$$

・圧密係数  $c_v$  の求め方

いま、 $t = t, z = H$  のひずみを  $\varepsilon = \varepsilon(H, t)$  とおくと、式 (32) から、

$$\varepsilon(0, t) - \varepsilon(H, t) = \frac{r \cdot H^2}{2 \cdot c_v} \quad (33)$$

となり、圧密係数  $c_v$  は次式で求めることができる。

$$c_v = \frac{r \cdot H^2}{2 \cdot \{ \varepsilon(0, t) - \varepsilon(H, t) \}} \quad (34)$$

また、ひずみと間隙比の関係

$$\varepsilon = \frac{e_0 - e}{1 + e_0} \quad (35)$$

を用いると、式 (34) は次式のようにも書ける。

$$c_v = \frac{r \cdot (1 + e_0) \cdot H^2}{2 \cdot \{ e(H, t) - e(0, t) \}} \quad (36)$$

ここに、 $e(0, t)$  と  $e(H, t)$  はそれぞれ  $t = t$  での排水面 ( $z = 0$ ) と非排水面 ( $z = H$ ) の間隙比である。

また、一般的な定ひずみ速度圧密試験装置では、ひずみ速度と言うより変位速度が一定になるように制御されているため、ひずみ速度  $r = d\bar{\varepsilon}/dt$  の代わりに変位速度  $r_d = dH/dt = \text{const.}$  を用いて結果の整理をした方が便利であろう。さらに、前述したような有限ひずみに対応するための操作を行なうと、式 (36) は次のように書き表せる。

$$c_v = \frac{r_d \cdot (1 + \bar{e}) \cdot H(t)}{2 \cdot \{ e(H, t) - e(0, t) \}} \quad (37)$$

式 (26)、式 (32)、および式 (33) から、 $m_v$  と  $k$  が変化し  $c_v$  が一定の場合の定ひずみ速度圧密試験における応力、ひずみ、および間隙水圧の理論挙動は図-3 のようになる。

### (2) 圧密係数 $c_v$ の決定方法

式 (36)、または式 (37) を用いて圧密係数  $c_v$  を算出するためには、 $\bar{e}$  は試験条件として式 (21) で与えられているので、 $e(0, t)$  と  $e(H, t)$  を測定する必要がある。その際、通常の試験装置では  $e(0, t)$  と  $e(H, t)$  を直接測定することが困難なので、応力を介して  $e \sim \sigma'$  関係から求めなければならない。

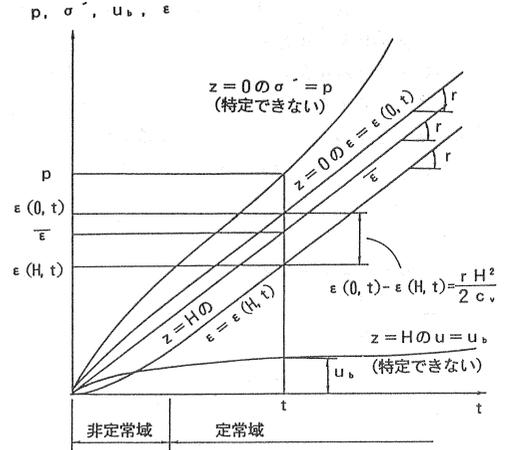


図-3  $m_v$ : 変化、 $k$ : 変化、 $c_v$ : 一定の場合の定ひずみ速度圧密試験における各量の挙動

この場合、支配方程式 (4) がひずみで表されているため、応力～ひずみ関係が線形であれば、ひずみと応力の両方が定常状態に達するけれど、多くの粘土がそうであるように応力～ひずみ関係が非線形であれば、ひずみについては定常状態に達するが、応力については定常状態に達することはなく、常に変動する。この応力の変動の様子は、応力～ひずみ関係を決めなければ解析的に求めることができない。言い換えれば、式 (18) を用いる場合は、 $m_v = \text{一定}$ 、 $k = \text{一定}$ 、すなわち応力～ひずみ関係に線形弾性を仮定したことになるが、式 (36) または式 (37) を用いる場合は、応力～ひずみ関係を特定せず、 $m_v$  と  $k$  の比、すなわち  $c_v = \text{一定}$  だけを規定したことになる。このように式 (36) または式 (37) では応力～ひずみ関係として不完全な情報しか与えられていないため、試験から求められる  $e \sim \sigma'$  関係を使わなければ  $c_v$  を求めることができない。

任意時刻の  $H(t)$ 、 $p(t)$ 、および  $u_b(t)$  を観測すれば、 $\bar{e} \sim \bar{\sigma}'$  関係が明らかになり、 $\bar{e} \sim \bar{\sigma}'$  曲線を  $e \sim \sigma'$  曲線と見なせば  $z = 0$  の応力  $\sigma'(0, t) = p$  に対応する間隙比として  $e(0, t)$  が求められ、 $z = H$  の応力  $\sigma'(H, t) = p - u_b$  に対応する間隙比として  $e(H, t)$  が求められ、 $c_v$  を決定することができる。

この議論の中で、前述したように  $\bar{e}$  は式 (21) を用いて求めることができるが、 $\bar{\sigma}'$  は単純に求められない。すなわち、 $\bar{\sigma}'$  を求めるということは  $\bar{u}$  を求めることと等価であり、式 (18) を導出した  $m_v$  と  $k$  が一定の場合は、式 (14) で示したように  $u(z, t)$  の分布は二次曲線

となるため、容易に $\bar{u}$ を決定することができる。しかし、 $m_v$ と $k$ が変化する場合には、式(4)に $\sigma'$ と $m_v$ や $k$ との関係の記述が含まれていないため、 $\bar{u}$ を解析的に決定することができない。そこで、 $m_v$ や $k$ の変化の様子を考慮しながら $u(z, t)$ の分布形を検討する。

既に述べたように、定常状態に入ると、

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = r \quad (16)$$

となり、連続の条件を考えると、

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon(t)}{dt} &= \frac{dv(z)}{dz} \\ &= -\frac{d}{dz} \left\{ \frac{k(z,t)}{\gamma_w} \frac{\partial u(z,t)}{\partial z} \right\} \\ &= -\left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{k}{\gamma_w} \right) \frac{\partial u}{\partial z} \right. \\ &\quad \left. + \frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right\} \quad (38) \end{aligned}$$

となる。上式の右辺第1項がゼロなら、すなわち $k$ が一定なら $u(z, t)$ は二次曲線分布になるが、 $k$ が変化する場合、

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{k}{\gamma_w} \right) \frac{\partial u}{\partial z} \geq 0 \quad (39)$$

$$\frac{k}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \leq 0 \quad (40)$$

となるので、 $u(z, t)$ は二次曲線より曲率の大きな曲線になる。

また、 $\partial u / \partial z$ の値は排水面で最も大きく、非排水面でゼロとなるので、 $u(z, t)$ の分布形は排水面付近で

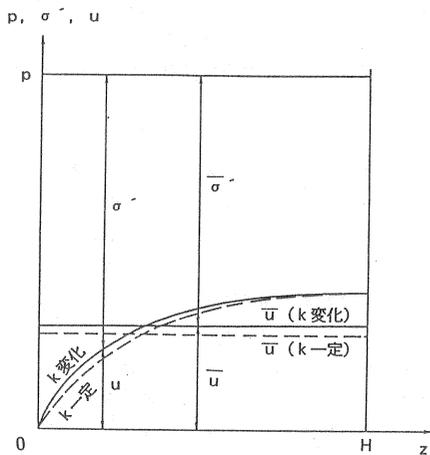


図-4 kの変化が $u(z, t)$ の分布形に及ぼす影響

表-1 応力 $\sim$ ひずみ関係と透水特性の違いによる $\bar{\sigma}'/p$ の比較

$u_0/p$	0.1	0.2	0.3	0.4
$e \sim p$ :直線	0.9333	0.8667	0.8000	0.7333
$e \sim \log p$ :直線	0.9322	0.8618	0.7884	0.7114

より曲率が大きくなる。したがって、 $k$ が変化する場合の $\bar{u}$ の値は二次曲線の場合より非排水面寄りで少し大きな値となる。この様子を描いたものが図-4である。

ひずみ速度 $r$ をあまり大きく取らなければ、間隙水圧差 $u_0(t)$ はそれほど大きくならず、 $\sigma'$ および $e$ の場所的变化も小さくなるため、 $\partial k / \partial z$ は比較的小さいと考えられる。さらに、 $\bar{\sigma}'$ の値そのものが $u(z, t)$ の値に比べてかなり大きいので、 $u(z, t)$ の分布形の違いが $\bar{\sigma}'$ に及ぼす影響はそれほど大きくないと考えられる。したがって、 $u(z, t)$ の分布を二次曲線と見なして $\bar{\sigma}'$ を求めても、最終的に求められる $c_v$ に及ぼす影響はそれほどないと考えられる。

ちなみに、 $e \sim \log p$ 関係を直線と仮定した場合、すなわち

$$\varepsilon(z, t) = \frac{c_c}{1+e_0} \log \frac{\sigma'(z, t)}{\sigma'(0, t)} \quad (41)$$

となる場合の応力分布 $\sigma'(z, t)$ は、上式を式(32)に代入して、

$$\begin{aligned} \log \sigma'(z, t) &= \log \sigma'(0, t) \\ &\quad - \frac{r \cdot (1+e_0)}{c_c \cdot c_v} \left( H \cdot Z - \frac{z^2}{2} \right) \quad (42) \end{aligned}$$

と求められ、二次曲線とはならない。この場合の $\bar{\sigma}'$ を $\log \{ \sigma'(z, t) \}$ の平均値として求めた値と、 $e \sim p$ 関係が直線(応力および間隙水圧分布が二次曲線)になるとして求めた値とを比較したものが表-1である。なお、この表ではある $u_0$ が発生したときの $\bar{\sigma}'$ をそのときの圧密圧力 $p$ で除して示してある。また、 $u_0/p$ の値は、ASTMの基準<sup>1)</sup>では3~20%になるようにひずみ速度を設定すべきであると規定されているし、その他の試験においても40%以下である。したがって、実際の粘土の $u(z, t)$ の分布を二次曲線と見なして $\bar{\sigma}'$ を求めても、最大で3%程度の違いしか生じないため、実用上は問題ないと考えられる。

実際の粘土の定ひずみ速度圧密試験で観測される各量の典型的な挙動は図-5のようであり、これを提案法で整理すると言うことは、同図の一点鎖線および破線のようなフィッティングを行なうことを意味している。この図では、実験上の誤差などによるひずみおよび間隙水圧の

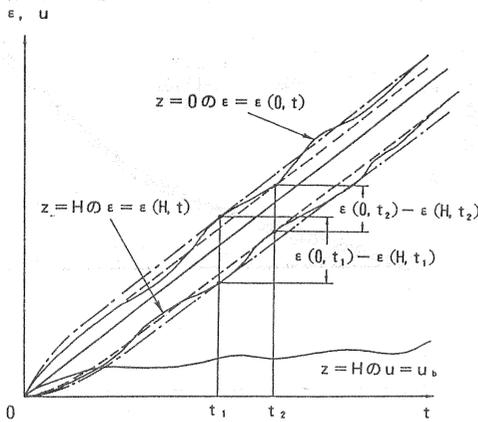


図-5 提案法による実測値のフィッティング

変動を極端に描いているが、それでも図-2の従来法より実際の挙動に近いフィッティングを行なっていると考えられる。さらに、提案法は任意時間  $t = t$  における非排水面と排水面の間隙比の差  $e(H, t) - e(0, t)$  から  $c_v$  を求め、 $\Delta t$  間の変化量を必要としないため、任意の時間間隔で  $c_v$  を求めることができる。

4. 提案法の適用性

本章では土質工学会の定ひずみ速度圧密試験方法基準化委員会が実施された一斉試験の一部を、前章で提案した  $m_v$  と  $k$  の変化を考え  $c_v$  を一定とする方法で整理するとともに、標準圧密試験結果および  $m_v$  と  $k$  を一定とする従来法による整理結果と比較し、提案法の適用性を検討する。

(1) 一斉試験の概要と検討ケース

前述の一斉試験は、定ひずみ速度圧密試験方法の基準化に際してひずみ速度、予圧密の有無、背圧の大きさなどの影響を明らかにするために3種類の繰返し粘性土に対して実施されたものであり、実験ケースは表-2に示すように標準圧密試験も含めて13種類である。本研究ではこのうち太線で囲んだひずみ速度が異なる Case-3, 9, 11の3つのケースを取り上げて、提案法の適用性を検討する。

また、一斉試験は、広島粘土、有明粘土および川崎粘土の3種類の粘性土を用いて全国22機関で行なわれたが、本研究ではこのうち広島大学で実施された広島粘土と応用地質(株)で実施された有明粘土の試験結果について検討する。広島粘土と有明粘土の物理的性質は表-3に示すとおりである。

表-2 一斉試験の試験条件

実験番号	ひずみ速度 (%/min)	予圧密	背圧 (kgf/cm <sup>2</sup> )
Case-1	標準圧密試験		
Case-2	$2 \times 10^{-3}$	無	1.0
Case-3	$5 \times 10^{-3}$	無	1.0
Case-4	$10^{-2}$	無	1.0
Case-5	$10^{-2}$	有	1.0
Case-6	$10^{-2}$	無	0.5
Case-7	$10^{-2}$	無	2.0
Case-8	$3 \times 10^{-2}$	無	1.0
Case-9	$3 \times 10^{-2}$	有	1.0
Case-10	$10^{-1}$	無	1.0
Case-11	$10^{-1}$	有	1.0
Case-12	$10^{-1}$	無	0.5
Case-13	$10^{-1}$	無	2.0

表-3 広島粘土と有明粘土の物理的性質

	$G_s$	$w_L$ (%)	$w_P$ (%)	$I_P$
広島粘土	2.623	116.5	45.4	71.1
有明粘土	2.676	105.0	44.7	60.3

(2) 検討方法

前述の3つの試験ケースを以下に示す3つの方法で整理し、標準圧密試験結果も交えて比較した。

◎従来法

従来法による圧密係数  $c_v$  は、ASTMなどの基準と同様に、式(18)をもとに次式で算出した<sup>9)</sup>。

$$c_v = \frac{H_{av}^2}{2 \cdot u_s(t)} \frac{\Delta p}{\Delta t} \quad (43)$$

ここに、 $\Delta p$ は時間  $t - \Delta t$  から時間  $t$  までの間の圧密全応力の増加量、 $u_s(t)$ は時間  $t$  での非排水面の過剰間隙水圧である。また、 $H_{av}$ は時間  $t - \Delta t$  から時間  $t$  までの供試体の平均高さであり、次式で計算される。

$$H_{av} = \frac{H(t - \Delta t) + H(t)}{2} \quad (44)$$

◎提案法(微小ひずみ)

この方法は、 $m_v$  と  $k$  の変化を考慮し微小ひずみ理論に基づいて導かれた式(36)をそのまま用いる方法で、圧密係数  $c_v$  は次式によって算出した。

$$c_v = \frac{r \cdot (1 + e_0) \cdot H_0^2}{2 \cdot \{e(H, t) - e(0, t)\}} \quad (45)$$

ここに、 $e_0$  と  $H_0$  はそれぞれ初期間隙比と初期供試体高

さである。r は平均ひずみ速度で次式によって求めた。

$$r = \frac{r_d}{H_0} \quad (46)$$

ここに、r は圧縮速度で、供試体の圧縮量と時間の関係を最小2乗法で直線近似したときの傾きである。通常、定ひずみ速度圧密試験ではこの供試体の圧縮量と時間関係が直線になるように制御されている。

また、 $e(0, t)$  と  $e(H, t)$  は、同じ試験において式 (21) と式 (23) から求められる平均間隙比  $\bar{e}$  と平均有効圧密圧力  $\bar{\sigma}'$  の関係をその粘土の  $e \sim \sigma'$  関係とみなし、時間 t における排水面の応力  $\sigma'(0, t) = p$  と非排水面の応力  $\sigma'(H, t) = p - u_b$  に対応する間隙比として求めた。その際、 $\sigma'(0, t)$  と  $\sigma'(H, t)$  に対応する  $\bar{e} \sim \bar{\sigma}'$  関係の測定点がないときは、 $\sigma'(0, t)$  あるいは  $\sigma'(H, t)$  を挟む2点を直線補間して  $e(0, t)$  と  $e(H, t)$  を求めた。

◎提案法 (有限ひずみ)

前述したように、定ひずみ速度圧密試験ではひずみが30%以上になるまで連続載荷するため、有限ひずみを考慮した解析を行なう必要がある。そこで、本方法では微小ひずみ理論に基づいて求められた解に有限ひずみに対応するための操作を施した式 (37) を用いて圧密係数  $c_v$  を算出した。ここに式 (37) を再掲する。

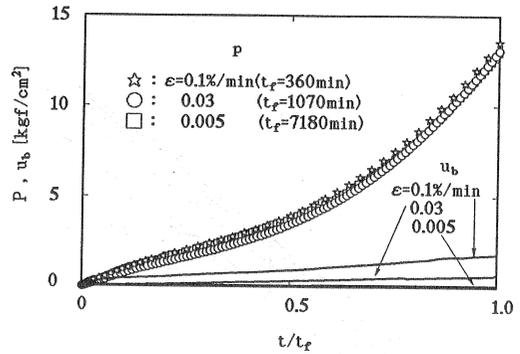
$$c_v = \frac{r_d \cdot (1 + \bar{e}) \cdot H(t)}{2 \cdot \{e(H, t) - e(0, t)\}} \quad (37)$$

なお、この方法は従来法において供試体高さを時間  $t - \Delta t$  と  $t$  間の平均供試体高さとする方法 (式(44)参照) を準用したものであり、計算労力も式 (43) を用いる場合と遜色ない。

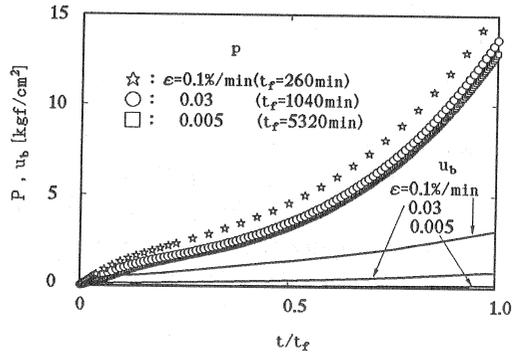
(3) 検討結果

図-6 は広島粘土と有明粘土の定ひずみ速度圧密試験で観測された圧密応力 p と過剰間隙水圧  $u_b$  の経時変化を示したものである。なお、この図の時間軸は時間 t を試験終了時間  $t_f$  で除して示してある。これらの図において、過剰間隙水圧は増加し続け、圧密圧力も非線形的に増加しており、従来法で想定したような定常状態 (図-1 参照) にはならないことがわかる。また、ひずみ速度が最も大きい Case-11 で発生している過剰間隙水圧  $u_b$  と圧密圧力 p との比は、広島粘土で  $u_b/p = 0.15 \sim 0.35$ 、有明粘土で  $u_b/p = 0.20 \sim 0.40$  であるため、前述したように過剰間隙水圧分布を二次曲線と見なして平均圧密圧力  $\bar{\sigma}'$  を求めても差し支えないと思われる。

一方、図-7 と 8 はそれぞれ広島粘土と有明粘土の供試体の平均ひずみ、および排水面と非排水面のひずみの経時変化を示したものである。なお、この図における排



(a) 広島粘土



(b) 有明粘土

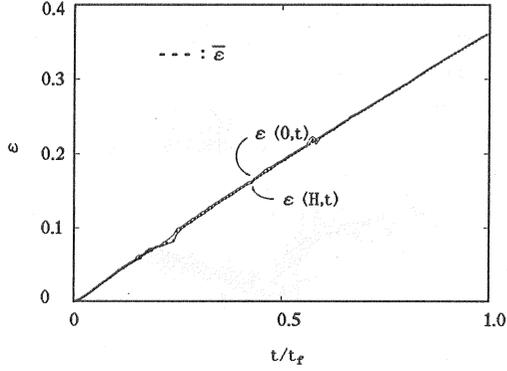
図-6 圧密圧力と過剰間隙水圧の経時変化

水面と非排水面のひずみは前述した方法で求めた排水面と非排水面の間隙比から算出している。これらの図において、ひずみ速度が小さい場合は供試体の排水面と非排水面のひずみの差が小さくて判別し難いが、ひずみ挙動は提案法で想定したような挙動 (図-3 参照) になっていることがわかる。

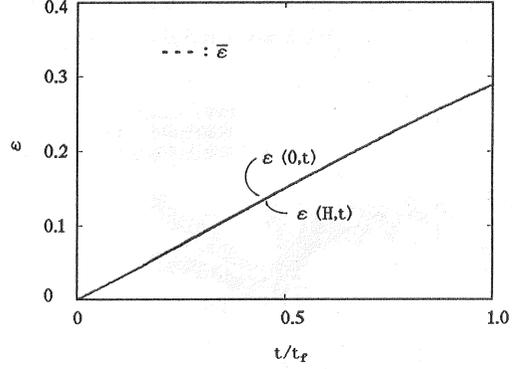
図-9 は広島粘土の定ひずみ速度圧密試験結果を提案法で整理したものと標準圧密試験結果とを比較したものである。なお、提案法での整理は、微小ひずみによる式 (45) と有限ひずみに対応した式 (37) とで行った。この図においてひずみ速度の小さい場合に  $c_v$  の比較的大きなばらつきが認められる。これはひずみ速度が小さいと発生する過剰間隙水圧も小さく、供試体の非排水面と排水面との間隙比差  $\{e(H, t) - e(0, t)\}$  が小さくなるため、他のケースと同程度の過剰間隙水圧や圧密荷重の変動に対しても間隙比差の変動割合が大きくなるためだと考えられる。また、提案法の微小ひずみによる  $c_v$  と有限ひずみに対応したものとを比較すると前者が大きく、さらに圧密の進行に伴ってその差も大きくなっているこ

とがわかる。これは、式(45)と式(37)を比較すればわかるように、後者では供試体高さHの減少を考慮しているためである。また、2つの提案法で整理した結果と標準圧密試験結果とを比較すると、有限ひずみに対応した方が標準圧密試験結果に近い傾向を示しているのが

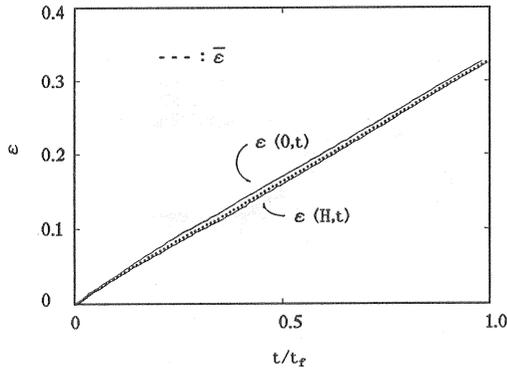
わかる。これは標準圧密試験でも有限ひずみに対応するために供試体高さに関する同様な操作を行なっているためだと考えられる。標準圧密試験結果と比較するのが必ずしも妥当な比較とは言えないが、設計業務の面からみれば実績の豊富な標準圧密試験と同じ傾向となる有限ひ



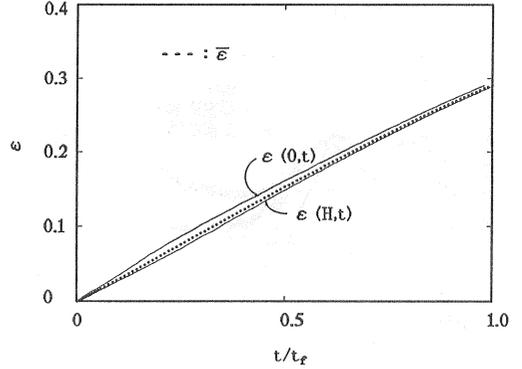
(a) Case-3 ( $\epsilon = 0.005\%/min$ )



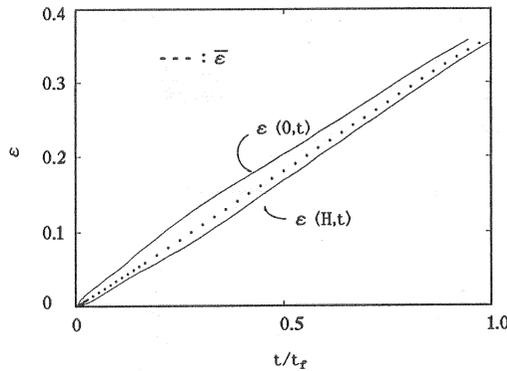
(a) Case-3 ( $\epsilon = 0.005\%/min$ )



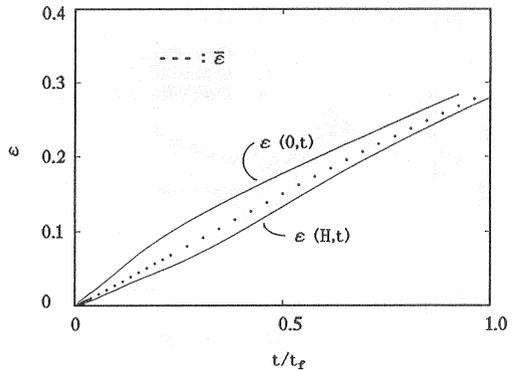
(b) Case-9 ( $\epsilon = 0.03\%/min$ )



(b) Case-9 ( $\epsilon = 0.03\%/min$ )



(c) Case-11 ( $\epsilon = 0.1\%/min$ )



(c) Case-11 ( $\epsilon = 0.1\%/min$ )

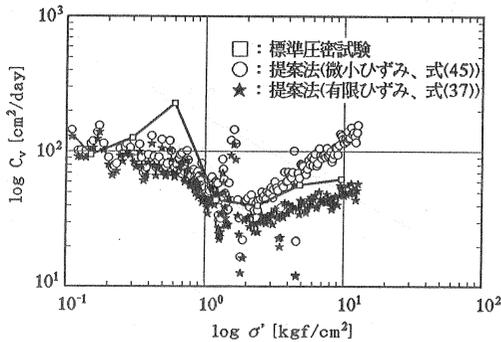
図-7 広島粘土のひずみ挙動

図-8 有明粘土のひずみ挙動

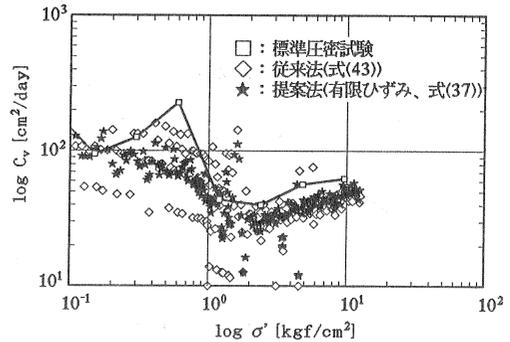
ずみに対応した式(37)を用いて $c_v$ を算出した方が良くと考えられる。

図-10と11はそれぞれ広島粘土と有明粘土の定ひずみ速度圧密試験を、式(43)の従来法と式(37)の提案法(有限ひずみ)とで整理した結果を比較したものである。前述したようにひずみ速度の小さい場合は $c_v$ の値がばらついているが、その変動幅は従来法の方が大きくなっ

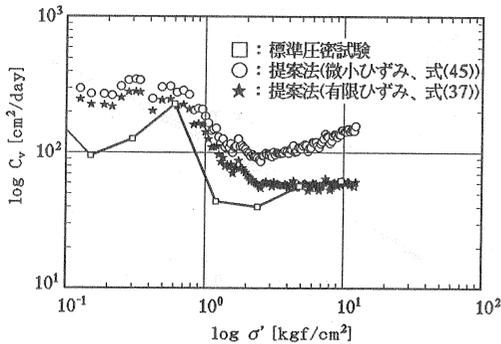
ている(図-10(a))。これは式(43)の $u_v$ と式(37)の $\{e(H,t) - e(0,t)\}$ はほぼ同じ精度で測定された過剰間隙水圧や圧密荷重から算出されるためにその変動量は同程度であるが、従来法の式(43)ではさらに $\Delta p / \Delta t$ の変動量が加味されるため、 $c_v$ の変動が大きくなったと考えられる。また、ひずみ速度が大きくなると(例えば図-11(c)参照)、従来法で求めた $c_v$ は、圧



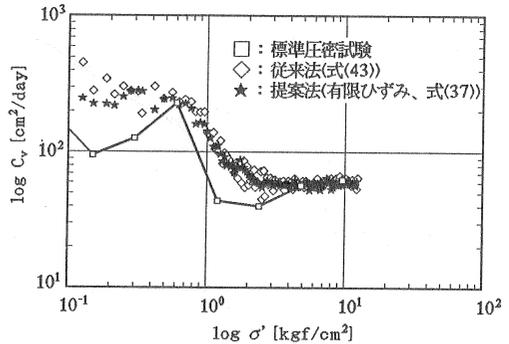
(a) Case-3 ( $\epsilon=0.005\%/min$ )



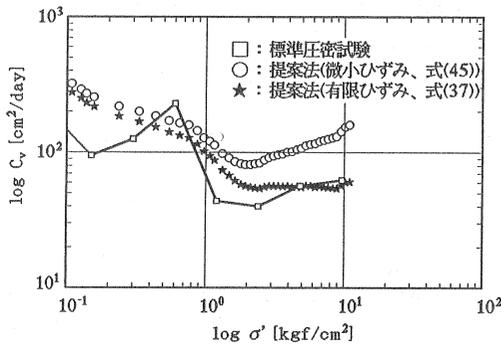
(a) Case-3 ( $\epsilon=0.005\%/min$ )



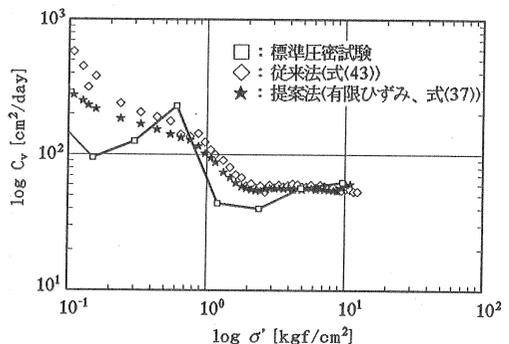
(b) Case-9 ( $\epsilon=0.03\%/min$ )



(b) Case-9 ( $\epsilon=0.03\%/min$ )



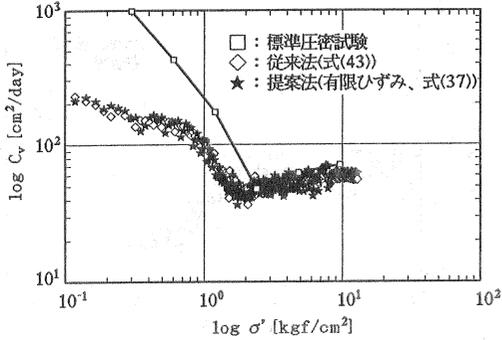
(c) Case-11 ( $\epsilon=0.1\%/min$ )



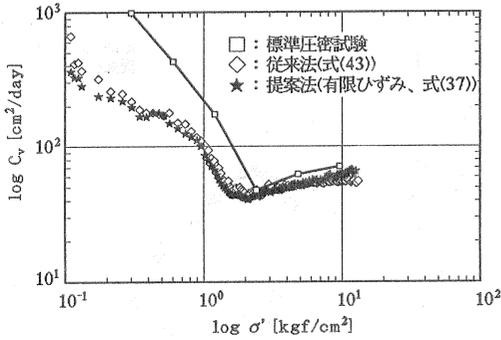
(c) Case-11 ( $\epsilon=0.1\%/min$ )

図-9 微小ひずみと有限ひずみに基づく提案法の比較 (広島粘土)

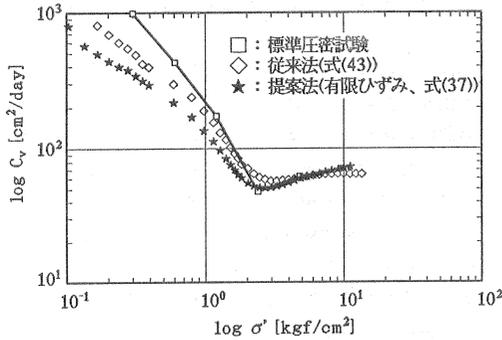
図-10 従来法と提案法(有限ひずみ)の比較 (広島粘土)



(a) Case-3 ( $\epsilon=0.005\%/min$ )



(b) Case-9 ( $\epsilon=0.03\%/min$ )



(c) Case-11 ( $\epsilon=0.1\%/min$ )

図-11 従来法と提案法(有限ひずみ)の比較  
(有明粘土)

密圧力の小さいところでは提案法より大きくなるが、圧密圧力が大きくなると提案法より小さくなる傾向が認められる。これは、図-12に示すように従来法の式(43)では時間  $t$  での応力速度  $\Delta p / \Delta t$  を時間  $t - \Delta t$  から時間  $t$  までの圧密圧力と時間の関係 ( $p \sim t$  関係)を直線近似して算出しているが、圧密圧力が小さいところの

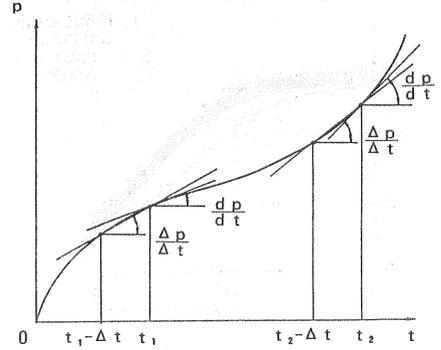
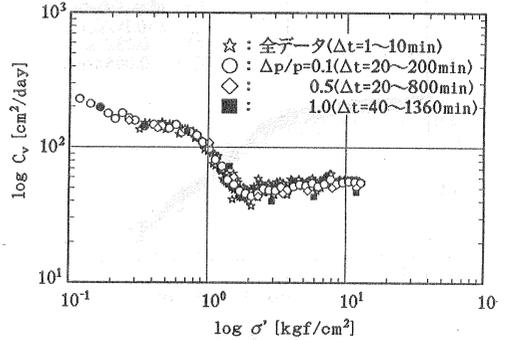
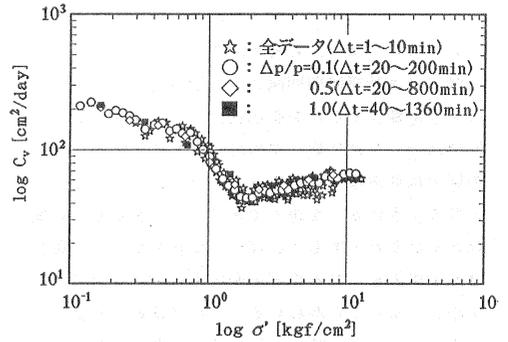


図-12 応力速度  $\Delta p / \Delta t$  の算出方法



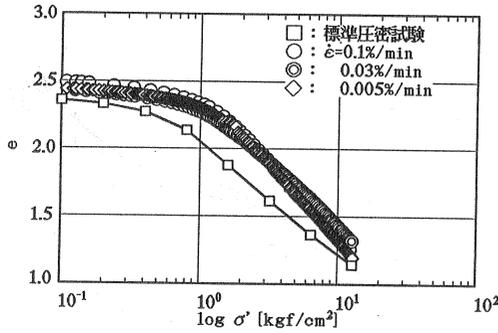
(a) 従来法



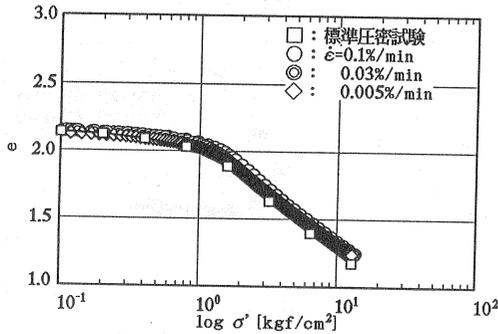
(b) 提案法(有限ひずみ)

図-13 計算時間間隔の影響

$p \sim t$  関係は図-6で示したように上に凸な曲線になるため、時間  $t$  における  $d p / d t$  を過大に見積ったことになり、 $c_v$  が大きくなったと考えられる。一方、圧密圧力が大きくなると  $p \sim t$  関係は下に凸な曲線になるため、今度は前述した圧密圧力の小さいときは全く逆な関係になり、式(18)の  $d p / d t$  を過小に見積り、



(a) 広島粘土



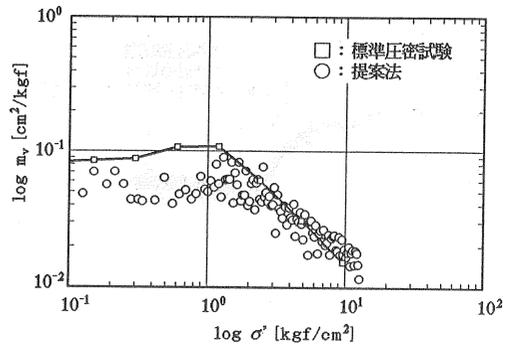
(b) 有明粘土

図-14 定ひずみ速度圧密試験で得られる  $e \sim \log p$  関係

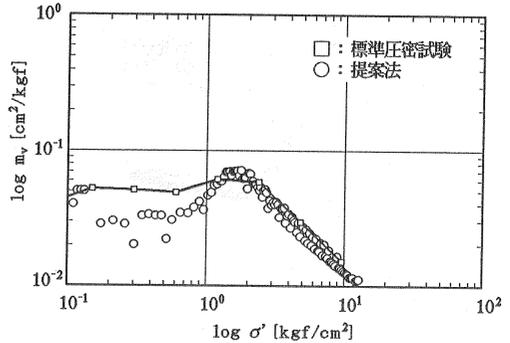
$c_v$  が大きくなったと考えられる。

図-13は計算時間間隔 $\Delta t$ の取り方によって $c_v$ がどのように変化するかを有明粘土のCase-3 ( $\epsilon = 0.005\%/min$ )を例に取って検討したものである。なお、この図では荷重増加率が $\Delta p/p = 0.1, 0.5, 1.0$ となるように $\Delta t$ を選んでいる。この図から、提案法では $\Delta t$ が変わっても $c_v$ は全く変化しないが、従来法では $\Delta t$ が大きくなるほど圧密圧力の大きなところで $c_v$ が小さくなることわかる。これは前述した従来法における $\Delta p/\Delta t$ の算出方法に係わる問題と同じ理由によるものであり、このケースの $p \sim t$ 関係は図-6に示すように $p$ の小さなところから下に凸な曲線となっているため、 $\Delta t$ を大きく取るほど $dp/dt$ を過小評価することになるためである。

一方、提案法での $e \sim \log p$ 関係と体積圧縮係数 $m_v$ の求め方は従来法と全く同様である。図-14は、広島粘土と有明粘土の $e \sim \log p$ 関係を2.(3)に示した方法で求めたものである。これらの図において、従来から指摘されているように<sup>3)</sup>、ひずみ速度が大きくなるほど $e \sim$



(a) 広島粘土



(b) 有明粘土

図-15 定ひずみ速度圧密試験で得られる体積圧縮係数

$\log p$ 関係は右側にシフトし、圧密降伏応力も大きくなる傾向がわずかではあるが認められる。このようなひずみ速度に依存して変わる $e \sim \log p$ 関係と圧密降伏応力から設計に用いる値をどのようにして決定すべきかは、三笠ら<sup>7)</sup>によって検討されている。

図-15は体積圧縮係数 $m_v$ と圧密圧力の代表的な関係を2.(2)に示した方法で求めたものである。これらの図から、定ひずみ速度圧密試験で得られる $m_v$ は、標準圧密試験結果と良く一致していることがわかる。

## 5. 結論

定ひずみ速度圧密試験における圧密定数の算出方法について理論的考察を行い圧密係数 $c_v$ の新しい算出方法を提案するとともに、この方法の適用性を土質工学会の定ひずみ速度圧密試験方法標準化委員会で実施された一斉試験の一部を用いて検討した。その結果得られた結論は次のようである。

(1)  $m_v$ と $k$ を一定とする従来の整理方法は、定ひずみ速度圧密試験で応力とひずみの両方が定常状態になる

ことを想定しているが、実際の粘土の応力挙動は定常状態とはならない。

(2) 本論文で提案した $m_v$ と $k$ の変化を考え $c_v$ を一定とする整理方法は、ひずみに基づくものであり、定常状態となる実際の粘土のひずみ挙動を的確に反映している。

(3)  $m_v$ と $k$ を一定とする従来の整理方法では、計算時間間隔の取り方によって $c_v$ が変化するが、本論文で提案した $m_v$ と $k$ の変化を考え $c_v$ を一定とする整理方法では、計算時間間隔の取り方に依らず安定した $c_v$ を算出できる。

(4) さらに結論をまとめると、ひずみを制御する定ひずみ速度圧密試験の整理には、ひずみに基づく提案法が応力に基づく従来法より合理的である。

最後に、有明粘土の実験データを提供して下さいました応用地質(株)の中山栄樹氏に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) ASTM Committee D-18(1983): "Standard Test Method for One-dimensional Consolidation Properties of Soils Using Controlled-Strain Loading", 1983 Annual Book of ASTM Standards, Vol.04.08, pp.714-719.
- 2) Larsson, R. I. and Sallfors, G. (1986): "Automatic Continuous Consolidation Testing in Sweden", Consolidation of Soils, STP892, ASTM, pp.299-328.
- 3) 特殊圧密試験方法に関する研究委員会(1988): 定ひずみ速度圧密試験について, 特殊圧密試験に関するシンポジウム発表論文集, 土質工学会, pp.27-46.
- 4) Wissa, A. E. Z., Christian, J. T., Davis, E. H. and Heiberg, S. (1971): "Consolidation at Constant Rate of Strain", Proc. ASCE, Vol.97, No. SM10, pp.1393-1413.
- 5) Lee, K. (1981): "Consolidation with Constant Rate of Deformation", Geotechnique, Vol.31, No.2, pp.215-229.
- 6) 三笠正人(1966): 軟弱粘土の圧密, 鹿島出版会.
- 7) 三笠正人・ブラダン テージ B.S.・諏訪靖二・北村明洋(1989): 定ひずみ速度圧密試験結果の補正について, 土木学会第44回年次学術講演会概要集、Ⅲ-146, pp.366-367.

A P P E N D I X

放物型の微分方程式 (A-1)

$$\frac{\partial e}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 e}{\partial z^2} \quad (A-1)$$

の解は、次の初期および境界条件、

$$1) \quad t = 0, \quad z = z \text{ で } e = 0 \quad (A-2)$$

$$2) \quad t = t, \quad z = 0 \text{ で } \frac{\partial e}{\partial z} = - \frac{r \cdot H}{c_v} \quad (A-3)$$

$$3) \quad t = t, \quad z = H \text{ で } \frac{\partial e}{\partial z} = 0 \quad (A-4)$$

のもとで、

$$e(Z, T_v) = \frac{r \cdot H^2}{c_v} \left[ T_v + \frac{3Z^2 - 6Z + 2}{6} - \frac{2}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi Z)}{n^2} \exp(-n^2 \pi^2 T_v) \right] \quad (A-5)$$

である。ここに、

$$r = \frac{d \bar{e}}{d t} \quad (A-6)$$

$$T_v = \frac{c_v}{H^2} t \quad (A-7)$$

$$Z = \frac{z}{H} \quad (A-8)$$

である。